

OpenAI 数学研究カタログ

日本語訳

722原稿にまとめられた372の成果群

2026年10月6日

論文集の概要。成果は分野別にまとめてあり、項目番号はカタログ内の順序に従い、順位を示すものではない。各概要の後に論文PDFへのリンクを示す。

訳について：添付された overview.pdf の全項目の見出しと概要を翻訳した。参照論文のリンク表記は、原文との照合のため英語のまま残している。原文の番号と欠番を保持し、各項目に原文ページを付記した。本文中の「証明する」「反証する」などは原文の記述の訳であり、翻訳に際して証明の独立検証を行ったという意味ではない。

目次

数論	2
代数幾何・複素幾何	6
実解析・複素解析	10
凸幾何・距離幾何	12
理論計算機科学	14
力学系・エルゴード理論	19
組合せ論	21
代数学	25
確率論・統計力学	27
数理論理学	32
群論	32
数理物理	34
作用素環	38
位相幾何	40
関数解析	42
微分幾何	43
偏微分方程式	47

数論

001. Milne の有理性予想

良い還元を持つ $\bar{\mathbb{Q}}$ 上のアーベル多様体に対する Milne の有理性予想を証明する。特殊化された Hodge 類と相補的な次数の因子の積とのペアリングは、コホモロジー理論の選択によらず有理数になる。成果032と合わせると、任意の剰余標数 p について、特殊化された各 Hodge 類は、 p と異なるすべての素数での実現および結晶実現において、同一の有理係数代数的サイクルで同時に表される。

原文 2 頁 関連論文 [Milne's rationality conjecture for abelian varieties](#)

002. Selmer コランク 0・1における完全な Birch–Swinnerton-Dyer 公式

ある素数 q において完全な q -冪 Selmer 群のコランクが0または1である、すべての $\mathbb{Q}$ 上の楕円曲線について、Tate–Shafarevich 群の有限性を含む完全な Birch–Swinnerton-Dyer の先頭係数公式を証明する。成果006と合わせると、 $\mathbb{Q}$ 上の任意の楕円曲線の二次捻りのうち、密度1の集合について完全な BSD が得られる。

原文 2 頁 関連論文 [Exact Birch–Swinnerton-Dyer Formula from Low Selmer Corank](#) · [The Selmer converse for elliptic curves at every prime](#) · [The two-primary Birch–Swinnerton-Dyer formula in Selmer corank at most one](#)

003. 準リーマン予想

$\zeta(s)$ を含むすべての Dirichlet L 関数が $\operatorname{Re} s > 7/8$ で零点を持たないことを証明し、準リーマン予想を解決する。 $\mathbb{Q}(\sqrt{-3})$ 上のすべての有限位数 Hecke L 関数についても、同じ半平面が零点排除領域となる。関連稿では、零点排除半平面 $\operatorname{Re} s > 11/12$ の別証明を与える。

原文 2 頁 関連論文 [The Quasi-Riemann Hypothesis: A Zero-Free Half-Plane \$\operatorname{Re} s > 7/8\$](#) · [The Quasi-Riemann Hypothesis \(alternate 11/12 proof\)](#) · [Uniform exclusion of Landau–Siegel zeros](#)

004. 有理数体上の Hilbert 第10問題

変数の数を任意に許す整数係数多項式が有理数の零点を持つかどうかを判定するアルゴリズムは存在しないことを証明し、 $\mathbb{Q}$ 上の Hilbert 第10問題に否定的な解答を与える。

原文 2 頁 関連論文 [Hilbert's tenth over \$\mathbb{Q}\$](#) · [Pointwise 2-converse with rational two-torsion](#)

005. Catalan 定数の無理数性

Catalan 定数 $G = \sum_{j \geq 0} (-1)^j / (2j+1)^2$ が無理数であることを証明する。

原文 2 頁 関連論文 [Catalan's constant is irrational](#)

006. Goldfeld 予想

$\mathbb{Q}$ 上の任意の楕円曲線の二次捻りに対する Goldfeld 予想を証明する。解析的ランク0と1はそれぞれ密度 $1/2$ を持ち、平均解析的ランクは $1/2$ に収束する。どちらの主張でも、符号付き平方因子を持たない捻りパラメータを絶対値の順に並べる。

原文 2 頁 関連論文 [Analytic density and 2-converse](#) · [Mean analytic rank](#)

007. 2点 Chowla 予想と修正版2項 Elliott 予想

通常平均の2点 Chowla 予想を証明する。比例関係にない固定したアフィン形式に沿う Liouville 関数の相関和に対し、絶対定数 $c > 0$ を用いた $O(X/(\log X)^c)$ の評価を与える。より一般に、絶対値が1以下の複素乗法的関数について、一方の因子が各固定 Dirichlet 指標と n^{it} の積に対して $|t| \leq X$ で一様に非擬装的 (nonpretentious) であるとき、修正版2項 Elliott 予想を証明する。

原文 2 頁 関連論文 [Ordinary two-point correlations of multiplicative functions](#)

008. Deligne–Drinfeld 予想

Ihara 括弧を備えた有理 Grothendieck–Teichmüller Lie 代数が、各奇数重み $3, 5, 7, \dots$ に1個ずつある元によって自由生成されることを証明し、Deligne–Drinfeld 予想を解決する。

原文 2 頁 関連論文 [The Deligne–Drinfeld conjecture](#)

009. Bogomolov–Pop 再構成と Milnor K 理論による再構成

代数閉定数体上の超越次数2以上の関数体を、 K_1^M/ℓ 、 K_2^M/ℓ およびその積から再構成する。 ℓ が標数と異なる場合、このデータは完全閉包と定数体を復元し、等標数の場合には元の体と指定された基礎体を復元する。また、標数と異なる ℓ に対する、アーベル群の中心拡大をなす $\text{pro-}\ell$ Galois データからの Bogomolov–Pop 再構成も証明する。

原文 2 頁 関連論文 Reconstruction of Function Fields from Mod- ℓ Milnor K -Theory · Reconstruction from Milnor K -theory modulo the characteristic · The Bogomolov–Pop reconstruction theorem

010. 素数2における Fontaine–Mazur モジュラー性と2進 pro-modularity

有限個の素数の外で不分岐な $G_{\mathbb{Q}}$ の連続・奇・絶対既約な2次元2進表現はすべて、ある奇数の tame レベルにおける完備 Hecke 代数に現れる。また、これらの有限性条件を満たし、2で de Rham であり、相異なる Hodge–Tate 重みを持つ既約な奇表現について、Tate 捻りを除いて古典的モジュラー性を証明する。これにより、剰余表現への制約なしに2進 Fontaine–Mazur の場合を解決する。

原文 2 頁 関連論文 Unrestricted pro-modularity · Two-adic Hecke dimension · Fontaine–Mazur modularity at the prime 2

011. 素数の直前の整数に関する Ford–Konyagin–Luca 予想

$p \leq x$ の素数を一様に選び $x \rightarrow \infty$ とするとき、 $p-1$ の素因数を重複度込みで数えた、正規化された順序付き対数が、同時に Poisson–Dirichlet 分布 $\text{PD}(1)$ に収束することを証明する。これにより Ford–Konyagin–Luca 予想を解決する。また、任意の $\varepsilon > 0$ について、Euler のトーシェント関数による逆像を $n^{1-\varepsilon}$ 個より多く持つ整数 n が無限に存在することを証明する。

原文 3 頁 関連論文 Weighted dilation graphs, smooth shifted primes and totient fibers · The Poisson–Dirichlet law for prime predecessors · Prime Predecessors with an Even Number of Prime Factors

012. 連続する整数の最大素因数の独立性

Erdős–Pomerance の同時 Dickman 予想を解決する。 n と $n+1$ の最大素因数の対数的大きさは、通常自然密度で漸近的に独立である。特に、 $P^+(n) < P^+(n+1)$ を満たす整数の密度は $1/2$ である。

原文 3 頁 関連論文 The joint Dickman law for consecutive integers

013. Ostmann の逆 Goldbach 予想

素数集合に有限個の変更を加えても、各々が少なくとも2元を持つ $A, B \subseteq \mathbb{Z}_{\geq 0}$ の和 $A+B$ として表すことはできないと証明する。これにより、加法的非分解性に関する Ostmann の逆 Goldbach 予想を解決する。

原文 3 頁 関連論文 The additive indecomposability of the primes

014. 制限付き幾何学的 Langlands、一般的 Ramanujan 性、Arthur パラメータ

明記された Lie 理論的な標数に関する4条件のもと、 $\mathbb{F}_q$ 上の滑らかな射影的連結曲線上で、連結簡約群に対する制限付き幾何学的 Langlands 同値を証明する。標数 $p > 0$ の任意の代数閉体上でも、さらに p がその群に対して very good であり $p \nmid |W_G|$ であると仮定すれば同じ結論が成り立つ。大域関数体上では、分裂随伴絶対単純例外群の大域的に一般的な尖点表現について、標数や分岐深度への制約なしにすべての場所で Ramanujan 性を証明する。また、一般的な不分岐成分を持つ分裂随伴絶対単純群の尖点表現について、すべての不分岐の場所で Ramanujan 性を証明する。有限レベルの Ramanujan–Arthur 分解を仮定し、完全な有限レベルで分裂連結半単純群に現れる尖点 excursion パラメータの大域 Arthur 拡充を構成する。その対角特殊化により、惰性群を含む Weil 群全体で、与えられたパラメータが復元される。

原文 3 頁 関連論文 Global Arthur Enhancements of Cuspidal Excursion Parameters · Unramified Arthur filtration · Arthur decompositions at full finite level · Temperedness at ramified places for globally generic exceptional groups · Restricted geometric Langlands · Constructible tame Hecke eigensheaves in positive characteristic · Tame Hecke Eigensheaves with Several Marked Points · Frobenius Structures on Tame Hecke Eigensheaves

015. 素数次数・4次・6次におけるトーラス・パケットの等分布

総実体から得られる、体積で重み付けした完全なトーラス・パケットについて、質量の逃散を伴わない Haar 等分布を証明する。対象は、5以上の固定素数次数で任意の格子と指定された局所型を許す場合、原始4次体の任意の整環に対する Picard パケット、および原始6次体の極大整環に対するイデアル類パケットである。ここで原始とは真の中間体を持たないことをいい、対応する整環または体の判別式を無限大にする。

原文 3 頁 関連論文 Equidistribution of Prime-Degree Torus Packets with Arbitrary Local Type · Equidistribution of primitive quartic torus packets for arbitrary orders · Equidistribution of Primitive Sextic Torus Packets

016. アーベル多様体と Siegel 3次元多様体における Zilber–Pink 予想

$\overline{\mathbb{Q}}$ 上のアーベル Zilber–Pink 予想を証明する。各既約部分多様体は、それを含む最小の振れコセットに関して、極大な非典型的な部分多様体を有限個しか持たない。また、 $\overline{\mathbb{Q}}$ 上で定義された Hodge 一般的な曲線について、境界や還元に関する仮定なしに、Siegel 3次元多様体 $\mathcal{A}_2$ における曲線の場合を完全に証明する。

原文 3 頁 関連論文 [Abelian Zilber–Pink](#) · [E× CM component](#) · [Quaternionic division points](#) · [Elliptic squares](#)

017. π の無理数度は2である

π の無理数度がちょうど2であることを証明する。すなわち、任意の $\varepsilon > 0$ と十分大きいすべての分母 q に対し、任意の有理数 p/q は $|\pi - p/q| \geq q^{-2-\varepsilon}$ を満たす。これにより、角度をラジアンで測る Flint–Hills 級数 $\sum_{n \geq 1} 1/(n^3 \sin^2 n)$ の収束も証明される。

原文 3 頁 関連論文 [The irrationality exponent of pi is 2](#)

018. 大域体上の Margulis–Platonov 予想

標数2の関数体を含むすべての大域体上で、Margulis–Platonov 予想を証明する。 k 上の絶対概単純な単連結代数群 G について、 $G(k)$ の非中心的な抽象正規部分群はすべて、その異方的な非アルキメデス局所群の有限直積内の開正規部分群の逆像である。

原文 3 頁 関連論文 [The Margulis–Platonov conjecture over global function fields](#) · [The Margulis–Platonov conjecture over number fields](#)

019. p 進切断予想

$\mathbb{Q}_p$ の有限拡大上の、種数2以上のすべての滑らかで固有かつ幾何的連結な曲線について、有理点が完全な算術的エタール基本群の切断の共役類と全単射で対応することを証明する。また、種数2以上のモジュラー曲線 $X_0(N)$ と $X_1(N)$ について、 $\mathbb{Q}$ 上の Grothendieck 切断予想も証明する。

原文 3 頁 関連論文 [Prescribed exterior sheet](#) · [p-adic section conjecture](#)

020. 4次多項式の平方因子を持たない値と、多項式の冪因子を持たない値

固定された素数の平方による約数を持たない既約整数係数4次多項式について、平方因子を持たない値に関する予想を証明する。正整数上で平方因子を持たない値を取る割合は、予想された正の Euler 積密度となる。より一般に、必要な局所条件のもと、次数4から8の既約整数係数多項式について、 $(d-2)$ 乗因子を持たない値の密度を確立する。Browning の高次数の定理と合わせると、すべての $d \geq 4$ を網羅する。

原文 4 頁 関連論文 [Squarefree values of quartics and power-free values of polynomials](#)

021. Jacobsthal 関数の二次上界

Jacobsthal の二次上界に関する問いに答える。絶対定数 C が存在し、相異なる素因数を高々 k 個持つ任意の正整数に対して、連続する Ck^2 個の整数からなるどの区間にも、それと互いに素な整数が含まれる。この評価は素数集合と区間の位置について一様であり、古典的な対数因子の損失を取り除く。

原文 4 頁 関連論文 [A quadratic bound for Jacobsthal’s function](#)

022. 弱い非斉次 Duffin–Schaeffer 予想

任意の実数のずれ γ と、有限値関数 $\psi: \mathbb{N} \rightarrow [0, \infty)$ について、 $\sum_q \phi(q)\psi(q)/q$ の発散から、ほとんどすべての x に対して $\|qx - \gamma\| < \psi(q)$ が無限個の q で成り立つことを証明する。ここで ϕ は Euler のトーシェント関数であり、ノルム記号は最も近い整数までの距離を表す。分子への制約はなく、単調性の仮定も γ に対する Diophantine 条件も必要としない。

原文 4 頁 関連論文 [The Weak Inhomogeneous Duffin–Schaeffer Conjecture](#)

023. 3次 Gauss 和に関する Patterson の1次モーメント

Patterson の1次モーメントの漸近式を、すべての primary 素数を対象とする形で無条件に証明する。ノルムが X 以下の primary Eisenstein 素数上で、両方の共役を含めて足し合わせた正規化3次 Gauss 和は、 $X^{5/6}/\log X$ のオーダーを持つ明示的な正の主項を持つ。素数の偏角に関する固定された非零 Fourier モードはすべて、それより小さいオーダーとなる。

原文 4 頁 関連論文 [An unconditional first moment for cubic Gauss sums](#)

024. トーシェント値の個数の漸近公式

x 以下の相異なるトーシェント値の個数 $V(x)$ に対し、収束する算術的近似で定まる正かつ有界な位相依存因子を持つ漸近同値式を与える。特に、任意の固定した $c > 0$ について $V(cx)/V(x) \rightarrow c$ となり、Erdős と Hall のスケーリングに関する問いに答える。

原文 4 頁 関連論文 [An asymptotic formula for the number of totients](#)

025. Erdős の短いエジプト分数予想

$1 \leq a < b$ を満たすすべての有理数 a/b は、相異なる正の単位分数 $O(\log \log b)$ 個の和である。必要な最少項数の最悪値も同じオーダーとなり、短いエジプト分数に関する Erdős 予想を解決する。

原文 4 頁 関連論文 [Short Egyptian fractions](#)

026. 大きな素数間隔の正の下密度

任意の固定した $C > 0$ について、十分長い素数列の初期区間では常に、連続する素数の間隔の正の割合が $C \log p_n$ を超える。この割合は C に依存してよい。その帰結として、 p_n/n が増加する添字は正の下密度を持ち、Erdős と Prachar の問いに答える。

原文 4 頁 関連論文 [Positive lower density of large prime gaps](#)

027. 曲線の指標多様体における整点の稠密性

Litt の整点稠密性に関する問いを、曲線の行列式 1 の場合について解決する。任意の滑らかな連結複素代数曲線と任意のランクについて、ある一つの数体の全整数環上の整点が、その SL_r 指標多様体のすべての成分で Zariski 稠密になる。非半単純なものも含め、指定された準冪単な境界共役類を許す。

原文 4 頁 関連論文 [Integral points on character varieties of curves](#)

028. Gaussian moat 予想

Gaussian moat 予想を証明する。相異なる Gaussian 素数をたどる無限の歩道では、歩幅を一樣に有界にすることはできない。さらに強く、任意の距離上界 D について、距離が D 以下の Gaussian 素数を結ぶグラフの各連結成分は有限で、その大きさには D のみに依存する一樣な上界がある。座標軸上の素数も含む。

原文 4 頁 関連論文 [Bounded-Step Walks on Gaussian Primes](#)

029. Artin の原始根予想：すべての底での無限性

-1 でも平方数でもないすべての整数 a について、Artin の原始根予想の無限性の主張を証明する。そのような各底に対し、十分大きいすべての区間 $(x, 2x)$ に、 a を原始根に持つ素数が少なくとも $c_a x / (\log x)^2$ 個存在する。ここで $c_a > 0$ である。

原文 4 頁 関連論文 [Primitive roots for every admissible integer base · Simultaneous primitive roots: a conditional lower bound for prime bases](#)

030. 虚二次体上のモジュラー性

虚二次体上の楕円曲線のモジュラー性予想を証明する。任意の虚二次体上のすべての楕円曲線がモジュラーであり、すべての場所で局所パラメータが一致する。

原文 4 頁 関連論文 [Modularity of elliptic curves over imaginary quadratic fields](#)

031. 開 Galois 準同型に関する内田予想

内田予想を証明する。数体の、無限次でもよい可解閉 Galois 拡大の Galois 群の間の連続な開準同型はすべて、逆向きの一意な同変体埋め込みから生じる。核に対する制約も、別途の円分的両立性の仮定も必要ない。

原文 5 頁 関連論文 [Open Homomorphisms of Global Solvably Closed Galois Groups](#)

代数幾何・複素幾何

032. CM アーベル多様体と K3 曲面の積に対する有理 Hodge 予想

すべての複素 CM アーベル多様体について、すべての次元・余次元で有理 Hodge 予想を証明する。Milne の定理を通じて、有限体上のすべてのアーベル多様体に対する Tate 予想と、任意の標数におけるアーベル多様体の Hodge 標準予想も得られる。関連する成果では、射影的複素 K3 曲面の任意の積に対する有理 Hodge 予想と、そのような各曲面の Kuga–Satake 対応の代数性を証明する。

原文 5 頁 関連論文 [The rational Hodge conjecture for CM abelian varieties](#) · [The rational Hodge conjecture for products of K3 surfaces](#) · [Algebraicity of Kuga–Satake Correspondences for K3 Surfaces](#) · [Algebraic Kuga–Satake correspondences and Hodge conjectures on a K3 quadratic locus](#) · [Weil classes and Hodge classes on abelian powers](#) · [Abelian covers, Gale correspondences, and the Hodge conjecture for powers](#) · [Algebraicity of Weil classes on split abelian eightfolds](#) · [A Conditional Reduction for Algebraic Kuga–Satake Correspondences](#)

033. Campana のオービフォールド Iitaka 予想と対数的劣加法性

有理係数の単純正規交差境界を持つ、滑らかな Fujiki クラス $\mathcal{C}$ の多様体について、Campana のオービフォールド Iitaka 劣加法性予想を証明する。滑らかな複素準射影多様体の射影的ファイブレーション $f: U \rightarrow V$ で、ファイバーが連結、一般ファイバーが F 、 $\bar{\kappa}(V) \geq 0$ のとき、Popa の不等式 $\bar{\kappa}(U) \geq \kappa(F) + \max\{\bar{\kappa}(V), \text{Var}(f)\}$ を証明する。ここで変動は幾何的一般ファイバー全体の変化を測る。

原文 5 頁 関連論文 [Orbifold and logarithmic subadditivity](#) · [Whole-fiber variation](#) · [Reverse inequality and additivity](#) · [Projective Hodge lines](#) · [Kähler b-semiampleness](#)

034. 対数的アバンダンスと実効的 Iitaka ファイブレーション

対数的 Iitaka 劣加法性を用い、有効な有理係数境界を持つ正規コンパクト Kähler 対数的標準対について、任意次元の対数的アバンダンスを証明する。すなわち、解析的に nef な $\mathbb{Q}$ -Cartier 随伴因子は半豊富である。また、標数0の任意の代数閉体上で射影的対数的アバンダンスを証明し、その設定で小平次元が非負の滑らかな射影多様体に対する実効的 Iitaka ファイブレーション予想も証明する。さらに、そのような体上の連結射影的半対数的標準 $\log$ Calabi–Yau 対について、次元と有理境界係数の有限集合を固定すること、有限有理係数の指数予想を解決する。一様な指数は成分に依存しない。

原文 5 頁 関連論文 [Log abundance for compact Kähler spaces](#) · [Uniform indices for semi-log-canonical log Calabi–Yau pairs](#) · [Conditional Kähler good minimal models](#) · [Log abundance in characteristic zero](#) · [Minimal metrics and interior injectivity](#) · [Fourfold nonvanishing](#) · [Lifting sections from reduced support](#) · [Schnell fiber spaces](#) · [Uniform log Iitaka fibrations](#) · [Uniform pluricanonical Iitaka fibrations](#) · [Log Calabi–Yau fibrations](#) · [Arithmetic Stein-degree bounds](#) · [Log Iitaka fibrations for fourfolds](#) · [Compact Kähler fourfolds after nonvanishing](#)

035. 標数 $p > 3$ 、数値次元1の3次元対の対数的アバンダンス

標数 $p > 3$ の代数閉体上の射影的対数的標準3次元対について、有効境界が有理係数で、 $\mathbb{Q}$ -Cartier 随伴因子が数値次元1の nef 因子である場合の対数的アバンダンスを証明する。元の多様体に末端特異点や $\mathbb{Q}$ -階乗性を要求せずに、その随伴因子は半豊富となる。

原文 5 頁 関連論文 [Log abundance in numerical dimension one for threefolds in positive characteristic](#) · [Abundance in numerical dimension one for terminal threefolds in positive characteristic](#)

036. 数値的半豊富性と一般化極小モデル

$K_X + B$ が擬有効、 M が nef な有理因子であるとき、nef 随伴因子 $K_X + B + M$ の数値的半豊富性を証明する。対象は、標数0の代数閉体上の射影的 klt 有理対、および滑らかなコンパクト Kähler 有理 klt 単純正規交差対であり、後者では Bott–Chern コホモロジーを用いる。別の結果として、そのような体上の射影的一般化対数的標準有理対は、nef な b -データを固定したもとの、随伴因子が擬有効なら極小モデルを、そうでなければ森ファイバー空間を持つ。

原文 5 頁 関連論文 [Compact Kähler numerical semiamplicity](#) · [Projective numerical semiamplicity](#) · [Generalized log canonical \$\mathbb{Q}\$ -pairs](#) · [Numerical dimension one](#)

037. 通常二重点に関する最適な体積ギャップ

通常二重点の体積ギャップ予想を証明する。境界が0で、次元 $n \geq 2$ の特異な複素代数的 klt 芽はすべて、正規化体積が高々 $2(n-1)^n$ である。等号が成立するのは、解析的に通常二重点である場合に限る。

原文 5 頁 関連論文 [Gap in every dimension](#) · [Dimension-four normalized-volume gap](#)

038. 藤田の自由性予想

任意次元で最適な上界における藤田の自由性予想を証明する。次元 n の滑らかな射影的複素多様体 X と豊富な直線束 L に対し、すべての整数 $m \geq n+1$ で、随伴束 $K_X + mL$ は大域切断で生成される。

原文 5 頁 関連論文 Fujita's freeness conjecture

039. 永田予想と最大 Seshadri 定数

$r \geq 10$ 個の非常に一般的な複素点を、任意の重複度 m_i で通る次数 d のすべての非零有効平面曲線について、永田の狭義不等式 $\sum_i m_i < d\sqrt{r}$ を証明する。また、次元 $n \geq 2$ のすべての滑らかな偏極射影多様体と十分大きいすべての r について、多点 Seshadri 定数が最大値 $(L^n/r)^{1/n}$ を取ることを証明する。 $\mathbb{C}$ 上では非常に一般的な点で、任意の正標数の代数閉体上では幾何的一般点の組で成り立つ。

原文 6 頁 関連論文 Plane-curve Nagata conjecture · Maximal Seshadri constants · Maximal Multipoint Seshadri Constants in Higher Dimensions · Maximal multipoint Seshadri constants in positive characteristic

040. 複素曲面に対する Bloch 予想

Bloch 予想を証明する。 $p_g(S) = 0$ を満たすすべての滑らかな連結射影的複素曲面 S について、整数係数の次数0の0-サイクル上の Albanese 写像 $\text{CH}_0(S)^0 \rightarrow \text{Alb}(S)(\mathbb{C})$ は同型である。新しい $p_g = q = 0$ の定理を、Bloch、Kas、Lieberman の古典的定理と組み合わせる。

原文 6 頁 関連論文 Bloch's conjecture for surfaces with $p_g = 0$

041. 超 Kähler SYZ 予想と射影空間である底空間

強い超 Kähler SYZ 予想を証明する。コンパクト既約正則シンプレクティック Kähler 多様体上で、非零かつ nef な等方的第1 Chern 類を持つすべての正則直線束は半豊富である。また、正規射影的な底を持つすべての射影的 Lagrange ファイブレーションについて、任意の次元・変形型で、その底が射影空間であることを証明する。

原文 6 頁 関連論文 Projective-space bases · Strong hyperkähler SYZ

042. K3 曲面およびその他のコンパクト複素曲面の Oka 分類

非射影的なものを含む、すべての複素 K3 曲面が Oka であることを証明する。より一般に、小平次元0の連結極小コンパクト複素曲面はすべて Oka である。VII型の連結極小コンパクト複素曲面が Oka であるのは、Hopf 曲面または楕曲面である場合に限る。

原文 6 頁 関連論文 Every complex K3 surface is Oka

043. 行列式固定モジュライ空間の $P = W$

種数2以上の滑らかな射影的複素曲線上で、ランクと次数が互いに素でランクが合成数の場合に、滑らかな行列式固定・トレース0の Higgs モジュライ空間とその指標多様体の全有理コホモロジー上で $P_k = W_{2k} = W_{2k+1}$ を証明する。variant コホモロジーも含み、既知の素数ランクの定理と合わせて、ランクと次数が互いに素であるすべてのランクにおいて、行列式固定の $P = W$ 予想を確立する。

原文 6 頁 関連論文 $P=W$ in composite rank for fixed determinant

044. 籠に対する同変コホモロジー的 Hikita 予想

ループと多重矢を含むすべての有限籠について、任意の次元ベクトル、フレーミングベクトル、および可換に作用するフレーバー・トーラスを許し、同変コホモロジー的 Hikita 対応を証明する。半安定点がすべて安定で、ゲージ作用が自由であるとき、中島多様体の同変コホモロジーは、そのフレーバー変形された Coulomb 分枝のスキーム論的余指標固定点部分の座標環と標準的に一致する。

原文 6 頁 関連論文 The equivariant cohomological Hikita conjecture for arbitrary quivers

046. Shafarevich の正則凸性に対する反例

大きい基本群を持つ滑らかな射影的複素4次元多様体で、普遍被覆が正次元のコンパクト解析的部分多様体を含まないにもかかわらず、Stein でも正則凸でもないものを構成する。別に構成する滑らかな射影的複素曲面は、すでに次元2で、制限を設けない Shafarevich 正則凸性を反証する。

原文 6 頁 関連論文 A projective fourfold with large fundamental group and non-Stein universal cover · A surface counterexample to Shafarevich holomorphic convexity

047. 消去律とアフィン・ファイブレーションに対する複素数体上の反例

$X \not\cong \mathbb{A}^4$ だが $X \times \mathbb{A}^1 \cong \mathbb{A}^5$ となる整な複素アフィン4次元多様体 X を構成し、 $\mathbb{C}$ 上の次元4のアフィン空間消去律を反証する。また、Dolgachev–Weisfeiler のアフィン・ファイブレーション予想も反証する。滑らかな全射 $X \rightarrow \mathbb{A}^1$ および $\mathbb{A}^5 \rightarrow \mathbb{A}^2$ で、すべての剰余体ファイバーがアフィン3空間と同型であるのに、Zariski 局所自明ではないものを与える。

原文 6 頁 関連論文 [An explicit failure of complex affine-space cancellation](#)

048. Lipman–Zariski 予想に対する標数0の反例

階数2の自由な接層を持つ特異な正規アフィン複素曲面を構成し、標数0の Lipman–Zariski 予想を反証する。

原文 6 頁 関連論文 [A singular normal affine surface with free tangent sheaf](#)

049. 4変数における安定座標予想への反例

4変数の複素多項式で、座標ではないが1変数を付け加えると座標になるものを構成し、4変数の安定座標予想を反証する。すべてのファイバーはアフィン3空間であるが、その埋め込みはいずれも座標変換で直線化できない。このため、すべてのファイバーがアフィン空間である場合にも Abhyankar–Sathaye 予想を反証する。

原文 7 頁 関連論文 [A stable coordinate that is not a coordinate in four variables](#) · [An explicit noncoordinate polynomial with affine three-space zero fibre](#)

050. Griffiths の正值性予想への反例

$\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ 上に、曲率が狭義 Griffiths 正となる滑らかな Hermite 計量を持たない、豊富な階数2のベクトル束を構成する。これにより、すでに2次曲面上で Griffiths の正值性予想を反証する。

原文 7 頁 関連論文 [Ample rank-two bundles on the quadric surface without Griffiths-positive metrics](#)

051. 小林の標準束の豊富性予想

正の複素次元を持つコンパクト連結 Kähler 多様体で、非定数の整曲線を持たないものはすべて、標準束が豊富であり、したがって射影的である。これにより、滑らかなコンパクト Kähler の設定で、小林の標準束の豊富性予想を証明する。

原文 7 頁 関連論文 [Canonical ampleness of compact hyperbolic Kähler manifolds](#)

052. 接束の分裂と普遍被覆

コンパクト Kähler 多様体の接束が二つの可積分な正則部分束に分裂すると、その普遍被覆にも両立する直積分解が生じる。これにより、Beauville の分裂予想の2直和因子の場合を証明する。滑らかな有理連結射影多様体では、両直和因子の可積分性が自動的に成り立ち、Höring 予想と対応する直積分解を確立する。

原文 7 頁 関連論文 [Kähler universal-cover splitting](#) · [Integrability on rationally connected manifolds](#)

053. Pixton の元の完全性予想への反例

標点付き安定曲線のモジュライ空間上に、有理 Chow 群で、したがって有理コホモロジーでも0になるが、Pixton の元の関係式が張る空間には属さないトートロジカル関係式を構成する。これにより、元の完全性予想の Chow 版と有理コホモロジー版を反証する。

原文 7 頁 関連論文 [A high-arity counterexample to Pixton completeness in Chow](#)

054. Kuznetsov の有理性予想への反例

十分大きいすべての許容 Hassett 判別式について、非常に一般的な滑らかな複素3次4次元多様体は、捻りのない幾何的 K3 圏と、整数係数 Hodge 理論的な K3 との対応の両方を持つにもかかわらず、非有理的である。これにより、Kuznetsov の有理性予想と、関連する K3 を用いた有理性判定条件の十分性を反証する。判別式の閾値は非実効的である。

原文 7 頁 関連論文 [Irrational cubic fourfolds with geometric K3 categories](#)

055. 戸田の Gepner 予想と大体積安定性

すべての滑らかな複素5次3次元多様体について、指定された位相シフト $2/5$ を持つ数値的 Bridgeland 安定性条件を構成し、戸田の Gepner 予想を証明する。また、標準束が自明なすべての滑らかな射影的複素3次元多様体について、十分大きいすべての体積で、通常を中心電荷と Todd 類の平方根を用いる中心電荷を正確に持つ数値的 Bridgeland 安定性条件を構成する。

原文 7 頁 関連論文 [Gepner stability on quintic threefolds](#) · [Prescribed large-volume charges](#)

056. 4次元極小モデルプログラムの停止

大域的に Weil $\mathbb{Q}$ -階乗的なコンパクト Kähler 4次元多様体上で、有理境界、固定された有理かつ解析的に nef な b -データ、および指定された豊富性の符号を持つ射影的小フリップ図式のもと、存在するすべての一般化対数的標準フリップ列の停止を証明する。また、標数0で有理境界を持つ射影的対数的標準4次元対について、許される任意の極小モデルプログラムの停止を証明する。

原文 7 頁 関連論文 [Termination of generalized log canonical flips on compact Kähler fourfolds](#) · [Termination of generalized-canonical flips on compact Kähler fourfolds](#) · [Log canonical fourfold termination](#) · [Ordinary Kähler fourfold termination](#) · [Finite Kähler fourfold programs](#)

057. Campana のアーベル性予想と特殊多様体

Campana のアーベル性予想を証明する。特殊なコンパクト Kähler 多様体の基本群は、有限指数のアーベル部分群を持つ。この定理を用い、一つの空でない滑らかな連結因子に沿う、滑らかな射影的複素4次元多様体の位数2のルート・オービフォールドについても、記載された微分直線束の意味で特殊なら同じ結論を確立する。滑らかな特殊複素準射影多様体については、基本群の任意の有限次元複素線形表現の像が、有限指数の、冪零度高々2の冪零部分群を持つことを証明する。

原文 7 頁 関連論文 [Special compact Kähler abelianity](#) · [Two-step monodromy](#) · [A conditional abelianity theorem for special four-fold pairs with a half-weight divisor](#)

058. Kollár–Pardon の普遍被覆予想

Kollár–Pardon 予想を証明する。連結正規射影的複素多様体の半代数的普遍被覆は、ちょうど $D \times \mathbb{C}^m \times F$ という積である。ここで D は有界対称領域、 F は単連結な正規射影多様体である。普遍被覆が準射影的であるのは、有界対称領域の因子が存在しない場合に限る。特に、 $\mathbb{C}^n$ で被覆される滑らかな射影多様体は、アーベル多様体による有限エタール被覆を持つ。

原文 8 頁 関連論文 [Semialgebraic universal covers](#) · [Bounded-domain symmetry](#)

059. Zariski の重複度予想への反例

周囲の空間ごと同相でありながら重複度が異なる、被約正則超曲面芽を構成し、Zariski の重複度予想を反証する。例には、孤立臨界点を持ち、重複度が4と5である $\mathbb{C}^4$ 内の超曲面が含まれる。

原文 8 頁 関連論文 [Multiplicities two and three](#) · [Multiplicities four and five](#)

060. 大域球殻予想

$b_2 > 0$ を満たす VII 型の連結極小コンパクト複素曲面はすべて大域球殻を含む。これにより、正の b_2 の場合の大域球殻予想を証明する。球殻とは、 $\mathbb{C}^2 \setminus \{0\}$ 内の標準3次元球面の近傍を正則に埋め込んだもので、その補集合が連結であるものをいう。

原文 8 頁 関連論文 [Global Spherical Shells on Minimal Surfaces of Class VII](#)

062. LeBrun–Salamon 予想と射影的接触多様体の分類

LeBrun–Salamon 予想を証明する。実次元8以上の閉連結な正の四元数 Kähler 多様体はすべて、コンパクト対称 Wolf 空間と相似である。また、接触 Fano 多様体の等質性を証明し、複素次元3以上の滑らかな連結射影的複素接触多様体を分類する。 $b_2 = 1$ のものは標準接触構造を持つ随伴多様体であり、 $b_2 \geq 2$ のものの基礎となる多様体は、ある滑らかな射影多様体 Z に対する $P(T^*Z)$ である。

原文 8 頁 関連論文 [Contact Fano manifolds and the LeBrun–Salamon conjecture](#)

063. 一般化向井予想

一般化向井予想を証明する。正次元で、次元 n 、Picard 数 ρ 、擬指数 ι を持つ滑らかな射影的複素 Fano 多様体はすべて、 $\rho(\iota - 1) \leq n$ を満たす。等号が成立するのは $(P^{\iota-1})^\rho$ の場合に限る。ここで擬指数は、有理曲線の反標準次数の最小値である。

原文 8 頁 関連論文 [The generalized Mukai conjecture](#)

064. 曲面特異点の μ 一定問題

Milnor 数が一定の、 $\mathbb{C}^3$ 内の孤立超曲面特異点の任意の正則1パラメータ族について、位相的右自明性を証明し、 μ 一定問題の曲面の場合を解決する。パラメータ円板と代表元を縮小すると、周囲の空間の同相写像が全変数について連続に変化し、原点の切断を固定し、定義関数を保つ。

原文 8 頁 関連論文 [Topological triviality of mu-constant families of surface singularities](#)

065. 完全交叉と射影束に対する Virasoro 制約

複素射影空間内の滑らかな完全交叉について、任意のコホモロジー挿入を許し、すべての種数と曲線類で、通常の非被約 descendant Virasoro 予想を完全に証明する。また、この制約を満たす任意の滑らかな射影的複素底空間から、その上の階数2以上の任意の代数的ベクトル束の射影化へ制約が受け継がれ、したがって射影束の塔にも受け継がれる。

原文 8 頁 関連論文 [Virasoro Constraints under Projectivization](#) · [Virasoro Constraints for Projective Complete Intersections](#)

066. Fano 収縮に対する有界な klt 補完

nef な反対数的標準因子を持つ ϵ -lc 複素 Fano 型対について、Shokurov の有界 klt 補完予想の有限有理係数版を証明する。標数0の任意の代数閉体上の ϵ -lc Fano 収縮について、底空間のすべての点の近傍で、次元と正の有理数 ϵ のみによって指数が抑えられる klt 補完を与える。

原文 8 頁 関連論文 [Bounded klt complements](#) · [Uniform Cartier sections](#)

067. 次元6の Campana–Peternell 予想

複素次元6で Campana–Peternell 予想を証明する。nef な接束を持つ滑らかな連結射影的複素 Fano 6次元多様体はすべて、有理等質多様体である。

原文 8 頁 関連論文 [The Campana–Peternell conjecture in dimension six](#)

068. 滑らかな半正値性からの反標準非消滅

X が滑らかな連結射影的複素多様体で、 $-K_X$ が非負曲率の滑らかな Hermite 計量を持つなら、ある $m > 0$ について $H^0(X, -mK_X) \neq 0$ である。したがって、滑らかな半正値性は、任意次元で反標準束のある正のテンソル冪に非零切断が存在することを強制する。

原文 8 頁 関連論文 [Smooth semipositivity](#) · [Invariant indices and twisted differentials](#) · [Bounded metrics on klt pairs](#) · [Cohomological transfer](#) · [Rank-preserving contractions](#) · [Effectivity with controlled boundary](#) · [Exact orders and invariant linear systems](#)

069. 無理数レベルにおける量子幾何学的 Langlands

任意の滑らかな射影的連結複素曲線上で、すべての連結単純複素代数群と、すべてのシフト済みレベル $c \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{Q}$ について、不分岐 de Rham 量子幾何学的 Langlands 同値を証明する。あらゆる大域形と連結成分を保持したまま、その群と Langlands 双対群の捻られた D 加群の全導来圏を同一視する。

原文 9 頁 関連論文 [Global quantum geometric Langlands at irrational level](#)

実解析・複素解析

071. Koebe の円領域予想と円領域の剛性

Koebe の円領域予想の存在部分を解決する。Riemann 球面の任意の領域は、補集合の各連結成分が真円板または点である領域と等角同値である。また、境界が等角的に除去可能な円領域の剛性を証明する。すなわち、別の円領域への任意の等角同値は Möbius 変換であり、He–Schramm 予想のこの向きを確立する。

原文 9 頁 関連論文 [Removable boundaries and rigidity](#) · [Koebe’s circle-domain conjecture](#)

072. Brennan 予想と Kraetzer の予測への反例

Brennan 予想を証明する。単連結平面領域から円板への任意の等角全単射 ϕ について、 $4/3 < s < 4$ なら $|\phi'|^s$ は面積に関して可積分である。最適な普遍的積分平均の恒等式は、 $t \leq -2$ に対する $B_s(t) = |t| - 1$ である。有界単葉関数に対する狭義評価 $B_b(-1) < 1/4$ によって、そのパラメータでの Kraetzer の予測を反証する。

原文 9 頁 関連論文 [Brennan’s conjecture](#) · [Strict inverse-first-power bound](#)

073. Falconer 距離予想

すべての次元 $d \geq 2$ で Falconer 距離予想を解決する。Hausdorff 次元が $d/2$ より大きい任意のコンパクト集合 $E \subset \mathbb{R}^d$ が定める Euclid 距離の集合は、正の Lebesgue 測度を持つ。

原文 9 頁 関連論文 [The Falconer distance conjecture in all dimensions](#)

074. 3次元と4次元の掛谷問題

3次元の掛谷最大関数予想と4次元の Hausdorff 次元予想を解決する。3次元では、半径 δ の管に関する最大作用素は $L^3(\mathbb{R}^3)$ から $L^3(S^2)$ へ写し、そのノルムは任意の $\varepsilon > 0$ について $O_\varepsilon(\delta^{-\varepsilon})$ である。4次元では、すべての方向に単位線分を含む任意の集合の Hausdorff 次元は4である。

原文 9 頁 関連論文 [3D Kakeya maximal conjecture](#) · [4D Kakeya Hausdorff dimension](#)

075. $L \log L$ における Fourier 収束予想

$L \log L(\mathbb{T})$ の任意の複素数値関数について、通常の対称 Fourier 部分和が全列に沿ってほとんど至る所収束することを証明する。これにより、 $L \log L$ の尺度での古典的な十分条件の予想を解決する。

原文 9 頁 関連論文 [Almost-everywhere Fourier convergence in \$L \log L\$](#)

076. 超平坦な実 Littlewood 多項式

十分大きいすべての整数長 N について、連続する N 個の係数が $\{-1, 1\}$ に属し、絶対値が単位円全体で一様に $(1 + o(1))\sqrt{N}$ となる多項式を構成する。したがって、実 Littlewood 多項式は実軸上の端点も含めて超平坦である。その2値メリット因子は無限大に向かい、Turyn のメリット因子有界性予想を反証する。

原文 9 頁 関連論文 [Ultraflat real Littlewood polynomials](#) · [Nearly minimal maxima and positive minima of Littlewood polynomials](#) · [Asymptotically minimal maxima of real Littlewood polynomials](#)

077. 正曲率曲面に対する Fourier 制限

3次元の正曲率曲面について、対角 Fourier 拡張予想を証明する。境界を持つものも含む任意のコンパクトで滑らかな正曲率曲面 $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ について、すべての $p > 3$ で、拡張作用素は $L^p(\Sigma)$ から $L^p(\mathbb{R}^3)$ への有界作用素である。

原文 9 頁 関連論文 [Sphere restriction](#) · [Diagonal Fourier extension](#)

078. 3次元 Bochner-Riesz 予想

3次元 Bochner-Riesz 予想を狭義不等式の範囲で解決する。 $\delta > \max\{3|1/p - 1/2| - 1/2, 0\}$ なら、すべての $1 \leq p \leq \infty$ で、次数 δ の Bochner-Riesz 乗数は $L^p(\mathbb{R}^3)$ 上で有界である。

原文 9 頁 関連論文 [Bochner-Riesz multipliers in three dimensions](#)

079. 3次元における Sogge の局所平滑化予想

空間3次元の Euclid 波動方程式に対する Sogge の局所平滑化予想を解決する。評価は、狭義範囲 $2 < p < \infty$ の全体で、 $\max\{0, 1 - 3/p\}$ を上回る Sobolev 正則性に対して成り立つ。特に、臨界 L^3 評価は任意の正の Sobolev 損失を許して成り立つ。

原文 9 頁 関連論文 [Critical local smoothing for the three-dimensional wave equation](#)

080. Carleson の Schrödinger 収束問題における Sobolev 端点

すべての次元 $n \geq 2$ とすべての $f \in H^{n/(2(n+1))}(\mathbb{R}^n)$ について、 $t \downarrow 0$ のとき $e^{it\Delta} f \rightarrow f$ がほとんど至る所で成り立つことを証明する。これにより、平面の端点 $H^{1/3}$ を含め、Carleson の Schrödinger 収束問題の最適な Sobolev 指数の等号の場合に到達する。

原文 10 頁 関連論文 [Planar endpoint convergence](#) · [Higher-dimensional endpoint convergence](#)

081. 高余次元における David-Semmes の Riesz 変換問題

未解決だった高余次元の Riesz 変換と可整流性の問題を解決する。 $d \geq 4$ 、 $2 \leq n \leq d - 2$ のとき、 $\mathbb{R}^d$ 上の n -Ahlfors-David 正則 Radon 測度は、その n 次元 Riesz 変換がすべての正のハード切断にわたって一様に L^2 有界なら、一様に n -可整流である。可整流性の評価は次元、正則性、作用素の上界のみに依存する。

原文 10 頁 関連論文 [Riesz transforms and uniform rectifiability in higher codimension](#)

082. 三角 Hilbert 変換の最大評価と変分評価

すべての $r > 2$ について、複素 $L^3(\mathbb{R}^2) \times L^3(\mathbb{R}^2)$ から $L^{3/2}(\mathbb{R}^2)$ への最大評価と環状 r -変分評価を証明する。最大評価はハード切断の両端を制御し、ほとんど至る所の収束とノルム収束を与える。第3の入力とペアリングすることで、対称な $L^3 \times L^3 \times L^3$ 点での三角 Hilbert 変換評価を解決する。

原文 10 頁 関連論文 [Annular variation of the triangular Hilbert transform at the symmetric point](#) · [An \$L^3\$ bound for the dyadic triangular Hilbert form](#) · [The maximal triangular Hilbert transform at the symmetric point](#)

083. Lipschitz 方向に沿う Hilbert 変換に関する Stein 予想

任意の Lipschitz 単位ベクトル場に沿う平面 Hilbert 変換について、積分長が Lipschitz 定数の逆数の絶対定数倍以下であるとき、一様な強 L^2 評価を証明する。この評価は内側の切断について一様であり、 L^2 有界な主値作用素を与える。これにより、この短い尺度で Stein の弱型予想を確立する。

原文 10 頁 関連論文 [A uniform Hilbert transform estimate for Lipschitz directions](#)

084. Erdős 相似予想の等比数列の場合

任意の固定した $q \in (0, 1)$ について、 $\{q^n : n \geq 1\}$ を平行移動し、0でない倍率で拡大縮小したコピーを含まず、測度を1に任意に近づけられる $[0, 1]$ のコンパクト部分集合を構成する。倍率の正負の両方を許す。これにより、すべての公比について Erdős 相似予想の等比数列の場合を解決する。

原文 10 頁 関連論文 [The geometric case of the Erdős similarity conjecture](#) · [The dyadic case of the Erdős similarity conjecture](#)

085. 平面の中心付き最大関数の端点正則性

Hajlasz–Onninen の最大関数正則性問題を、平面の中心付き円板の場合に解決する。任意の実数値 $f \in W^{1,1}(\mathbb{R}^2)$ について、中心付き円板最大関数は絶対定数 C により $\|\nabla Mf\|_1 \leq C\|\nabla f\|_1$ を満たす。この最大関数は局所的に $W^{1,1}$ に属し、その弱勾配は大域的に可積分である。

原文 10 頁 関連論文 [An Endpoint Gradient Bound for the Centered Disk Maximal Operator](#)

086. 3重線形 Hilbert 変換の L^3 評価

ずれ $x-t$, $x-2t$, $x-3t$ を持つ主値3重線形 Hilbert 変換が、 $L^3(\mathbb{R})^3$ から $L^1(\mathbb{R})$ への有界作用素であることを証明する。これにより、傾き1、2、3に対する標準的予想の L^3 指数の場合を解決する。

原文 10 頁 関連論文 [An \$L^3\$ bound for the trilinear Hilbert transform](#)

凸幾何・距離幾何

087. Mahler 予想とシンプレクティック幅

対称・非対称両方の幾何学的 Mahler 予想を任意次元で解決する。体積積の最小化対象はそれぞれ Hanner 多面体と単体であり、すべての等号成立例を分類する。対応する最適な関数版 Mahler 不等式も成り立つ。 $n \geq 2$ のとき、 $2n$ 次元の対称凸体とその極体の任意の直積 $K \times K^\circ$ の Gromov 幅は4である。

原文 10 頁 関連論文 [Symmetric Mahler equality cases](#) · [General Mahler conjecture](#) · [Symplectic balls in polar products](#)

088. Petty の射影体積予想と単体に関する反例

残りの次元 $n \geq 4$ で Petty の射影体積予想を証明する。凸体の体積を固定すると、楕円体はその射影体の体積を一意に最小化する。また、Lutwak–Petty の射影不等式を完全に確立する。一方、十分大きいすべての次元で、単体の積は、正規化射影体積について Brannen が提案した単体の最大値を指数的な因子だけ上回る。

原文 10 頁 関連論文 [Petty’s projection-volume conjecture](#) · [Product counterexample to simplex maximum](#)

089. 平面グラフと有界木幅グラフの有界歪み L_1 埋め込み

Gupta–Newman–Rabinovich–Sinclair 予想を、平面グラフと有界木幅グラフの場合に解決する。任意の正の辺長を持つ有限連結グラフの最短路距離は、平面グラフなら普遍的な歪みで、有界木幅グラフなら木幅だけに依存する歪みで、実 L_1 に埋め込める。対応する多品種フロー・カット・ギャップは一様に有界である。

原文 11 頁 関連論文 [Planar graph embeddings](#) · [Bounded-treewidth embeddings](#)

090. 三角格子の普遍最適性

中心付き円板で測った密度が1である局所有限な平面配置の中で、距離の2乗の任意の非負完全単調ポテンシャルに対し、三角格子が粒子当たりエネルギーの下極限を最小化することを証明する。また、 $0 < s < 2$ の単位背景付きくりこみ Riesz エネルギーと Coulomb エネルギーも最小化する。これにより、Sandier–Serfaty 予想と、最適な球面対数エネルギーの線形項に関する2次元 Brauchart–Hardin–Saff 予想を解決する。

原文 11 頁 関連論文 Atomic certificate · Universal optimality · Fourier circle-packing certificate · Coulomb renormalized energy

091. 対数 Brunn–Minkowski 予想

原点对称凸体に対する対数 Brunn–Minkowski 不等式を任意次元で証明し、すべての偶な対数凹 Radon 測度について、スカラー拡大縮小に関する B 予想を証明する。Lebesgue 体積については、全次元の原点对称凸体に対し、 $0 < p < 1$ の全範囲で加法的 L_p Brunn–Minkowski 不等式も証明する。

原文 11 頁 関連論文 The logarithmic Brunn–Minkowski conjecture

092. 凸体の被覆密度の最適オーダー

格子被覆と制限を設けない平行移動被覆の両方について、最悪の場合の最適被覆密度が $\Theta(n \log n)$ であると確定する。 $n \geq 2$ の $\mathbb{R}^n$ 内のすべての凸体は、密度高々 $Cn \log n$ の格子被覆を持つ。十分大きいすべての次元には、格子という制限を外しても少なくとも $cn \log n$ の密度を必要とする中心対称な例が存在する。ここで $c, C > 0$ は絶対定数である。

原文 11 頁 関連論文 Single-lattice covering bound · Translative covering densities

093. 劣 Gaussian な対数凹測度に対する次元非依存の対数 Sobolev 不等式

線形周辺分布が一様に劣 Gaussian である中心化された対数凹密度について、次元に依存しない対数 Sobolev 不等式を証明する。その定数は、線形劣 Gaussian パラメータの2乗の普遍定数倍で抑えられる。

原文 11 頁 関連論文 Subgaussian logarithmic Sobolev inequality

094. L_p における劣多項式次元削減

任意の固定した $1 < p < \infty$ と歪み $D > 1$ に対し、実 L_p の任意の n 点部分集合は、歪み高々 D 、次元 $d = n^{o(1)}$ で ℓ_p^d に埋め込める。これにより、 $p \neq 2$ に対する Naor の劣線形次元の問いに答える。対照的に、 $p \neq 2$ の場合、正確な埋め込みには最悪の場合で次元 $\Theta(n^2)$ が必要である。

原文 11 頁 関連論文 Subpolynomial dimension reduction in L_p

095. 半正定値リフトを持たない双曲錐

射影 Lax 予想を反証する。スペクトラヘドラル・シャドウではない双曲錐が存在する。補助変数の数や使用する実係数によらず、これらの例は正確な有限アフィン半正定値リフトを持たない。また、すべての双曲錐がスペクトラヘドラルであるという一般化 Lax 予想も反証する。

原文 11 頁 関連論文 Hyperbolicity Cones Without Semidefinite Lifts · A nonspectrahedral hyperbolicity cone · An Exact Semidefinite Lift of a Nonspectrahedral Hyperbolicity Cone

096. Gaussian propeller 予想

任意の有限可測分割について、Gaussian 1次モーメントの2乗和が高々 $9/(8\pi)$ であることを証明する。次元2以上では、平面内の角度 $2\pi/3$ の三つの扇形を直交方向に拡張したものがこの上界を達成する。別の Unique Games 定理と組み合わせると、有理係数の中心化された半正定値入力上で、固定した $k \geq 3$ に対する単位行列ターゲットのカーネル・クラスタリングの損失係数 $(8\pi/9)(1 - 1/k)$ を改善することが NP 困難であると証明される。

原文 11 頁 関連論文 The Gaussian propeller bound in every dimension

097. Euclid 的 Steinitz–Bergström 予想

$\mathbb{R}^d$ の Euclid 単位球内の任意の有限列について、長さに依存せず、すべての部分和のノルムを $C\sqrt{d}$ 以下に保つ符号付けが存在することを証明する。その結果、和が0の任意の族は、符号を付けない部分和にも同じ上界が成り立つよう並べ替えられる。対応する下界により、最適オーダーは $S_2(d) = \Theta(\sqrt{d})$ となる。

原文 11 頁 関連論文 The Euclidean Steinitz–Bergström theorem

098. Lang-Plaut 問題への否定的解答

任意の無限次元実 Banach 空間は、有限次元のどのノルム空間にも双 Lipschitz 埋め込みできないコンパクト doubling 集合を含む。doubling 定数は普遍的である。これにより、Hilbert 空間のコンパクト部分集合に限っても、Lang-Plaut 問題に否定的な解答を与える。

原文 11 頁 関連論文 [A doubling Hilbert subset with no finite-dimensional bi-Lipschitz embedding](#)

099. 編集距離の ℓ_1 埋め込みにおける最適な歪み

長さ高々 d の語の編集距離を実 ℓ_1 に埋め込む際の最小歪みを、 $\exp(\Theta(\sqrt{\log d \log \log d}))$ と確定する。挿入・削除・置換のコストは各1である。定数は、少なくとも2記号を持つすべての有限アルファベットについて、アルファベットが d とともに増大する場合にも一様である。下界はすでに2値の語で必要となる。

原文 12 頁 関連論文 [Matching bounds](#) · [Finite circles](#) · [Tree constructions](#)

100. Bang の円柱被覆上界への反例

閉正四面体全体を、垂直な底面がコンパクトな三角形である有限個の柱体で被覆し、底面積の総和をその最小直交射影面積の半分未満にする。これにより、次元3において、Bang の半面積円柱被覆上界と、それより強い方向別に正規化した予想を反証する。

原文 12 頁 関連論文 [Angular cylinder covers](#) · [Ruled-set approximation](#) · [Slope-field perturbations](#) · [Radial-sweep approximation](#)

101. 等方定数に関する最適な単体予想

任意次元で、凸体の等方定数を単体が一意に最大化することを証明し、強い等方定数予想を解決する。また、対数凹確率密度のエントロピーに対する最適下界を確立する。等号が成立するのは、片側指数分布の積の可逆アフィン像である場合に限る。

原文 12 頁 関連論文 [A sharp entropy bound and the simplex inequality for isotropic constants](#)

理論計算機科学

102. Unique Games 予想と最適な近似閾値

Khot の Unique Games 予想を証明する。独立な直接還元によって、重みなしグラフ上で、Max-Cut を Goemans-Williamson 比より良く近似すること、Vertex Cover を係数2未満で近似すること、および Min-UnCut と有向フィードバック頂点集合を任意の固定定数倍以内で近似することの NP 困難性も確立する。これらの直接証明は、確立された PCP と Label Cover の困難性の結果を用いる。

原文 12 頁 関連論文 [Unique Games theorem](#) · [Optimal Max-Cut hardness](#) · [Factor-two Vertex Cover hardness](#) · [Constant-factor Min-UnCut hardness](#) · [Directed feedback vertex set hardness](#)

103. 対数空間の乱択除去：L = RL = BPL

L = RL = BPL を証明し、有界誤りの対数空間計算の乱択除去を解決する。実効的なコンパイラが、片側または両側誤りで言語を判定する各乱択多項式時間・対数空間機械を、明示的な多項式実行時間上界を持つ決定的対数空間判定機械に変換する。

原文 12 頁 関連論文 [Exact derandomization of logarithmic space: L = RL = BPL](#)

104. 平均利得ゲーム、確率ゲーム、パリティゲームの準多項式時間アルゴリズム

完全な2進入力長を L として、通常の意味での平均利得ゲームと、その二つの別々の拡張に対し、 $2^{O((\log(L+2))^2)}$ 回のビット演算を用いる決定的アルゴリズムを与える。通常のゲームでは正確な値と最適な位置戦略を、手番制確率ゲームでは下極限の期待値が非負となる値集合を、さらに下極限平均利得が非負という条件とパリティ条件を合わせたゲームでは勝利集合を計算する。符号付き報酬、有理数の確率、パリティ優先度に制約はなく、いずれも2進符号化される。

原文 12 頁 関連論文 [Turn-Based Stochastic Mean-Payoff Games in Deterministic Quasipolynomial Time](#) · [Mean-payoff parity games in quasipolynomial time](#) · [Deterministic algorithm](#) · [Randomized algorithm](#)

105. 完全性1の2-to-1 Games 予想

完全性1 (perfect completeness) を持つ Khot の2-to-1 Games 予想を証明する。任意の固定有理数 $\delta \in (0, 1)$ について、明示的な重みなしインスタンス上で、充足可能なゲームと最適値が高々 δ のゲームを区別することは NP 困難である。アルファベットは δ のみに依存し、各制約写像のもとで、右側の各ラベルには正確に二つの逆像がある。

原文 12 頁 関連論文 [Perfect completeness for 2-to-1 games](#)

106. 3彩色可能グラフを彩色することの困難性

3彩色可能なグラフを任意の固定色数 $c \geq 3$ で彩色することは NP 困難である。さらに強く、任意の固定した $0 < \delta < 1/3$ に対し、3SAT からの決定的多項式時間還元によって、充足可能な場合は3彩色可能で、それ以外の場合は大きさ δn の独立集合を持たない単純重みなしグラフを生成する。ここで n は頂点数である。

原文 12 頁 関連論文 [Hardness of finding large independent sets in three-colorable graphs](#)

107. 指数高々 $9/4$ の行列乗算

$\mathbb{C}$ 上で $\omega \leq 9/4$ を証明し、正方行列の乗算を $O_\epsilon(n^{9/4+\epsilon})$ 回の算術演算で行えることを示す。標数0では、ある $a > 0.465$ に対して内側の次元が n^a の長方形行列乗算を $n^{2+o(1)}$ 回で行える。正方行列についてのさらなる上界として、有限個を除く正標数で $\omega < 2.258$ 、任意の固定体で $\omega < 2.371054886006746$ を与える。

原文 12 頁 関連論文 [Exponent at most 9/4 over \$\mathbb{C}\$ · Earlier complex and rectangular bounds · Staggered extraction over every field](#)

108. パーマネント・行列式問題の三次下界

$\mathbb{C}$ 上の $n \times n$ パーマネントの境界行列式複雑度に対し、 $\Omega(n^3)$ の下界を証明する。アフィン線形行列の行列式の係数ごとの極限として表す場合でさえ、ある絶対定数 $c > 0$ と十分大きいすべての n について、行列サイズは少なくとも cn^3 を必要とする。したがって、正確な表現にも同じ下界が成り立つ。

原文 13 頁 関連論文 [A cubic lower bound for border determinantal complexity of the permanent](#)

109. $n \log n$ を下回る整数乗算

有限個の1次元テープを持つ、固定された一つの有限アルファベット Turing 機械上で、二つの n ビット整数を、すべての入力長について正確に、決定的最悪時間 $O(n(\log n)^{1-\kappa})$ 、 $\kappa = 2^{-182}$ で乗算する。これにより、通常が多テープ・ビットモデルにおける Schönage–Strassen の $n \log n$ 最適性予想を反証する。

原文 13 頁 関連論文 [Integer multiplication below \$n \log n\$](#)

110. 任意の距離空間上の最適オーダーの乱択 k -server

すべての距離空間上の k -server について、最悪の場合の下界と同じオーダーの乱択競合比 $O(\log^2(k+1))$ を確立する。無限で非有界な距離空間も含め、一つの方策が、乱数を見ずに定められたすべての有限要求列に対応する。有限有理距離空間では、一様な実装により、入力長と第 t 要求での $\log(t+1)$ に関して多項式の前処理・要求当たりビットコストを持つ。加法的移動定数は有限で、インスタンスに依存してよい。

原文 13 頁 関連論文 [Squared-logarithmic randomized \$k\$ -server · Uniform computation](#)

111. 全知の敵対者に対する1標本のマトロイド予言者不等式

事前に与えられた任意の有限マトロイドについて、各要素につき独立な1標本を使い、オフライン最適値の期待値の普遍定数割合を獲得する、分布に依存しないオンライン規則を与える。値は独立かつ非負で、最適値の期待値は有限とする。到着順を選ぶ敵対者が、すべての標本、値、規則の乱数シード全体を見られる場合でも保証は成り立つ。多項式時間の実装は主張しない。

原文 13 頁 関連論文 [One Sample Suffices for Matroid Prophet Inequalities against an Almighty Adversary](#)

112. 深さ3回路の平方根指数を超える下界

決定的多項式時間で判定できる単一の言語を構成する。その n ビット所属関数には、十分大きいすべての入力長で、非有界ファンインの OR-AND-OR 回路に総ゲート数 $2^{\omega(\sqrt{n})}$ が必要である。これにより、明示的な深さ3ブール回路下界における平方根指数の閾値を超える。

原文 13 頁 関連論文 [Beyond the Square-Root Exponent for Depth-Three Boolean Circuits](#)

113. 近似計数と完全マッチングのエントロピー予想

任意の有限単純グラフにおける完全マッチングの個数を数える完全多項式時間乱択近似スキームを与え、個数が0の場合は正確に検出する。また、Anari–Oveis Gharan–Vinzant の完全マッチング・エントロピー予想を証明する。ループのないラベル付き多重グラフで、境界点を含む任意の実現可能な辺周辺確率ベクトルに対し、マッチング分布の最大エントロピーを評価する。

原文 13 頁 関連論文 [Perfect-matching FPRAS](#) · [Entropy and face dimension](#)

114. 共通整数ポリマトロイド基底の近似計数

正確なランク値オラクルで与えられる、総ランクが等しい二つの整数ポリマトロイドの共通整数基底を数える完全多項式時間乱択近似スキームを与える。容量は2進符号化し、各整数ベクトルを1回ずつ数え、オラクル呼出し数とオラクル外のビット演算数はすべての実行で多項式である。独立性オラクルで与えられるマトロイドについては、ランクが異なっている、指定された濃度、無制限の濃度、最大濃度の共通独立集合を数える場合も扱う。

原文 13 頁 関連論文 [An FPRAS for Common Integer Polymatroid Bases with Binary Capacities](#) · [Approximate counting of common bases of two matroids](#)

115. 任意の周辺和を持つ分割表の標本抽出と計数

行和と列和が指定された非負整数行列に対し、期待多項式ビット時間の正確な一様標本抽出と、最悪多項式ビット時間のほぼ一様な標本抽出を与える。次元と2進符号化された周辺和に制約はない。また、構造的な0も含む任意のセルごとの上限を持つ表を数える完全多項式時間乱択近似スキームを与え、そのコストはすべての実行で多項式となる。

原文 13 頁 関連論文 [Exact uniform sampling](#) · [Cell-bounded counting FPRAS](#)

116. 非可換式に対する一様な恒等式検査

標数ごとに、その標数の任意の体上で、サイズが有界なすべての非零な除算なし非可換式を検出する、多項式次元の行列の組を決定的多項式ビット時間で構成する。 $\mathbb{Q}$ 上の有理式についても、少なくとも一つの有理行列評価が定義されるなら、多項式サイズのヒッティング・リストが存在する。

原文 13 頁 関連論文 [Uniform Matrix Hitting Points in Every Positive Characteristic](#) · [One rational matrix hitting point](#) · [Rational-formula hitting lists](#)

117. 一様最疎カット：困難性と半正定値ギャップ

一様最疎カットを任意の固定定数倍以内に近似することは、非負有理容量と単位需要に限っても NP 困難であることを証明する。また、Goemans–Linial の半正定値緩和の整数性ギャップに対し、少なくとも $\sqrt{\log n / (\log \log n)^3}$ のオーダーを与え、平方根対数の上界に近づく。

原文 14 頁 関連論文 [Constant-factor hardness](#) · [Near-square-root logarithmic integrality gaps](#)

118. ビンパッキングの非有界ギャップと修正整数切上げ予想

Scheithauer–Terno の修正整数切上げ予想を反証する。ビンパッキングの整数最適値は、構成線形計画の値を任意に大きな加法定数だけ上回りうる。すべての品物の大きさが $1/6$ より大きく、各ビンに高々5個しか入らない場合でも、任意の固定加法定数以内で最適値を近似することは NP 困難である。

原文 14 頁 関連論文 [Additive hardness and unbounded configuration gaps in bin packing](#)

119. Courtade–Kumar 予想と Hellinger 予想

Courtade–Kumar 予想を証明する。独立一様ビットのブール関数の中で、独立なビット反転雑音の後に最も多くの相互情報量を保持するのは、単一の座標である。より強い定理は、初期情報量を固定した乱択2値要約を扱う。また、すべてのブール出力バイアスと雑音相関について Hellinger 予想を証明する。

原文 14 頁 関連論文 [Sharp binary-information contraction](#) · [Arbitrary-bias Hellinger contraction](#)

120. 一般グラフにおけるほぼ線形時間の正確なマッチング

任意の単純無向グラフで、正確な最大濃度マッチングを $(n + m)^{1+o(1)}$ ワード時間で求める乱択アルゴリズムを与える。成功確率は少なくとも $2/3$ であり、時間上界はすべての計算経路で成り立つ。同じ保証のものと、指定された許容頂点度数を持つ全域部分グラフを求めること、またはそのようなものがないと判定することもできる。

原文 14 頁 関連論文 [Almost-Linear-Time Maximum-Cardinality Matching in General Graphs](#)

121. 編集距離のほぼ線形期待時間近似

任意の固定有理数 $\varepsilon \in (0, 1)$ について、単位コスト編集距離の乱択 $(1 + \varepsilon)$ 近似を、最悪入力に対する期待時間 $N^{1+o(1)}$ 、成功確率少なくとも $2/3$ で与える。文字列の全長は N で、記号は多項式で有界な整数とする。これは精度を固定したときの漸近的保証である。

原文 14 頁 関連論文 [An Almost-Linear Approximation Scheme for Edit Distance](#)

122. 削除トレースからの復元：超多項式下界と準多項式復元

$(0, 1)$ 内の任意の固定削除確率について、任意の長さ n の2値文字列を復元するには $n^{\Omega(\log \log n)}$ 個の独立トレースが必要であり、多項式標本数での復元は不可能である。既知の固定有理保持確率に対しては、一般的な復号器が、標本数と実行時間の両方で準多項式の上界を達成する。固定した $\varepsilon > 0$ に対し削除確率が高々 $n^{-\varepsilon}$ なら、両上界は入力とパラメータの符号長に関して多項式となる。

原文 14 頁 関連論文 [Uniform quasipolynomial-time trace reconstruction](#) · [A latest-anchor induction with spectrally compact masks for worst-case trace reconstruction](#) · [Quantitative lower bounds for trace reconstruction](#)

124. 同一の3台の機械に対する多項式時間スケジューリング

Garey-Johnson の3プロセッサ単位ジョブ・スケジューリング問題を解決する。任意の先行制約を持つ、途中で中断しない単位時間ジョブについて、同一の並列機械3台での完了時間を最小化する決定的多項式時間アルゴリズムを与える。先行制約グラフが明示的に与えられたとき、締切内の実行可能性を正確に判定し、実行可能なスケジュールを構成する。

原文 14 頁 関連論文 [A Polynomial-Time Algorithm for Three-Machine Unit-Job Scheduling](#)

125. 距離 k -median の近似閾値

任意の固定した $\varepsilon > 0$ について、候補施設を指定した有限有理距離 k -median に対する決定的多項式時間 $(1 + 2/e + \varepsilon)$ 近似を与える。 $P \neq NP$ を仮定すると、最適近似係数の下限値は $1 + 2/e$ である。

原文 14 頁 関連論文 [Single-exponential recovery](#) · [Approximation threshold](#)

126. 完全マッチングの指数的半正定値複雑度

完全マッチング多面体の正確な半正定値リフトはすべて指数的サイズを持つことを証明し、Rothvoss の多項式サイズのリフトに関する問いに否定的に答える。この評価は、奇カットのスラック行列に任意の固定シフト $0 < \rho < 1$ を加えた後の半正定値ランクにも、任意の実半正定値因子を許して成り立つ。

原文 14 頁 関連論文 [Exponential PSD rank of positively shifted matching matrices](#)

127. 漸近的 Gotsman-Linial 予想

一様な n 次元ブール立方体上の次数高々 d の多項式閾値関数は、 $1 \leq d \leq n$ について一様に、平均感度が高々 $8d\sqrt{n}$ であることを証明する。平均感度は、単一ビット反転による出力変化数の期待値を数える。 $\text{sign}(0) = 1$ として多項式の零点を許し、漸近的 Gotsman-Linial 予想を確立する。

原文 14 頁 関連論文 [Average sensitivity of polynomial threshold functions](#)

128. 最短共通スーパースtringの係数2近似

明示的に表された文字列の任意の有限族について、長さが最適値の高々2倍である共通スーパースtringを構成する決定的多項式時間アルゴリズムを与える。実行時間は、記号ラベルを含む全入力の符号長に関して多項式である。

原文 15 頁 関連論文 [A Polynomial-Time 2-Approximation for Shortest Common Superstring](#)

129. 双方向オートマトンの指数的状態コスト

双方向非決定性有限オートマトンの補集合化と、一方向非決定性オートマトンを双方向決定性オートマトンで模倣することの両方について、指数的下界を証明する。後者は、増大する有限アルファベット上で Sakoda-Sipser の状態簡潔性予想を解決する。両結果とも、アルファベットの大きさに依存しない多項式状態数の上界を否定する。

原文 15 頁 関連論文 [Nondeterministic complementation lower bound](#) · [Two-way deterministic state lower bound](#)

130. $n \log n$ を下回る Fourier 変換

すべての長さ n について、 $O(n(\log n)^{1-\delta})$ 回の演算を用いる決定的離散 Fourier 変換アルゴリズムを与える。明示的に $\delta = 10^{-13}$ とする。モデルは正確な複素算術、制限のない係数、与えられた1の冪根を用い、スカラーの準備と対数長ワードによる添字操作も数える。

原文 15 頁 関連論文 [Explicit DFT power saving · Tensor savings and Fourier circuits](#)

131. 次数指定グラフのスイッチ操作の多項式混合

単純無向グラフに対する Kannan–Tetali–Vempala 予想を解決する。すべてのグラフ実現可能なラベル付き次数列について、遅延付き辺スイッチ連鎖は $O(n^8)$ 時間で混合する。また、同じ次数制約を満たすグラフを、ほとんど確実に停止する期待多項式ビット時間アルゴリズムにより、正確に一様抽出できる。

原文 15 頁 関連論文 [Polynomial mixing of the switch chain for every graphical degree sequence](#)

132. 二次感度予想への反例

固定した $\alpha > 2$ に対し、ブロック感度が $\text{bs}(f) \geq s(f)^\alpha$ を満たす全域ブール関数を構成し、感度予想の二次の強化版を反証する。ここで $s(f)$ は影響を持つ単一ビット反転を数える一方、ブロック感度は互いに素なビット群を同時に変えることを許す。

原文 15 頁 関連論文 [A superquadratic separation between sensitivity and block sensitivity](#)

133. Weisfeiler–Leman 精緻化の計算複雑度

指定された逐次隣接行列モデルで、十分大きい固定 k に対し、同時型 (joint) と個別型 (separate) の k 次元 Weisfeiler–Leman 同値について、無条件の決定的時間下界 $n^{\Omega(k)}$ を証明する。次元を入力とする場合、同時型の同値判定は最大次数3以下のグラフに限っても EXPTIME 完全である。精緻化がグラフを同定するかどうかの判定も EXPTIME 完全である。

原文 15 頁 関連論文 [Parity lifts and bounded-treewidth witnesses · Graph-identification complexity · Unconditional time lower bounds · Variable-dimension equivalence](#)

134. 一般化スター高は高々3

有限アルファベット上のすべての正規言語は、同じアルファベット上で和・連結・補集合を許したとき、Kleene スターの入れ子が高々3段の一般化正規表現を持つ。これにより、オートマトンの大きさに依存しない絶対上界を確立し、一般化スター高問題の一般有界性版を解決する。

原文 15 頁 関連論文 [Finite-monoid computations · Star height at most four · Star height at most three](#)

135. 行列積の最適な斉次深さ5複雑度

標数0の任意の体上で、互いに独立な $n \times n$ 変数行列 n 個の積の $(1, 1)$ 成分を計算する斉次深さ5の和積回路には、 $n^{\Theta(\sqrt{n})}$ 個のゲートが必要である。この最適評価は、共有ゲートと、全変数を含む最下層の線形形式を許す。

原文 15 頁 関連論文 [Homogeneous depth-five lower bounds for iterated matrix multiplication](#)

136. 準線形 PCP-for-PPAD 予想

準線形 PCP-for-PPAD 予想を解決する。長さ N の End-of-Line インスタンスを、全長 $N(\log N)^{O(1)}$ の数値回路制約に還元する。固定割合を除くすべての制約を固定精度で満たす、多項式長で符号化された任意の有理数割当てから、端点解が得られる。そのような割当ては必ず存在し、準線形のサイズ増加だけで頑健な局所検証を与える。

原文 15 頁 関連論文 [The PCP-for-PPAD conjecture: a quasilinear reduction](#)

137. 1テープ時間計算の $2/5$ 乗空間による模倣

固定された、書込み可能テープが1本の決定性機械について、時刻 T までの停止と有限制御の結果を、 $O(T^{2/5} \log^C(T+2))$ 空間で判定し、平方根指数を改善する。ヘッドは1ステップに高々1セル移動し、有限個の読取り専用入力ヘッドを許す。初期内容は T に依存せず、内容と入力記号には多重対数空間でアクセスできる。模倣時間に制限はない。

原文 15 頁 関連論文 [Simulating One-Tape Time in Two-Fifths-Power Space](#)

138. $O(2^{0.49n})$ 時間の部分和问题

多項式ビット長の入力に対し、最悪の場合の部分和问题を通常のワード RAM 時間 $O(2^{0.49n})$ で解く一様乱択古典アルゴリズムを与える。 n は整数の個数である。時間上界はすべての実行で成り立ち、すべての入力で成功確率は少なくとも $2/3$ である。入力には同じ正整数が繰り返し現れてよい。最大入力ビット長を b として、ワードは $O(n+b)$ ビットである。

原文 16 頁 関連論文 [Subset Sum in Time \$O\(2^{0.49n}\)\$ · A Low-Space Algorithm for Worst-Case Subset Sum](#)

139. 対数凹標本抽出の劣多項式クエリ数

最小化点が与えられ、 $I \preceq \nabla^2 V \preceq 2I$ を満たす C^2 ポテンシャルについて、全変動距離 $1/10$ 以内の標本抽出には、任意の固定した $\epsilon > 0$ に対し、正確な値と勾配への $C_\epsilon d^\epsilon$ 回のクエリしか必要ないことを証明する。この上界は各実行で成り立ち、クエリ間の計算に制限はない。対数的下界も成り立つので、このオラクルモデルで最適な冪指数は 0 である。

原文 16 頁 関連論文 [Subpolynomial query complexity for well-conditioned log-concave sampling](#)

140. 雑音のない Gaussian 回帰のメモリ・標本数下界

固定した $A > 0$ に対し、持続的に保持できるメモリが Ad^2 ビットの1パス学習器は、単位ベクトルを角度誤差 $0 < \epsilon \leq 1/10$ 、確率 $2/3$ で復元するために、 $\Omega_A(d \log(1/\epsilon))$ 個の雑音のない Gaussian 標本を必要とする。この評価は大きい d について精度に関して一様である。計算と乱択更新に制限はないが、出力は最終状態、停止添字、新しい乱数だけを用いる。

原文 16 頁 関連論文 [Memory and precision · Posterior replicas · Localization costs · Projection moments and Riesz estimates · Observation replacement · Subsphere methods](#)

141. 実数の存在理論と存在・全称文の計数階層への包含

実数の存在理論が計数階層に含まれることを証明する。より一般に、整数係数多項式が算術回路で指定される場合にも、実数上の存在・全称文の真偽を、計数階層のある固定された一つのレベルで判定できる。

原文 16 頁 関連論文 [Existential-universal real sentences in the counting hierarchy](#)

142. 素体上の決定的多項式因数分解

素体 $\mathbb{F}_p$ 上の、密な表現で与えられる次数 n の非零多項式をすべて、重複度込みで完全に因数分解する一様決定的アルゴリズムを与える。ビット複雑度は $(n+1) \log p$ に関して多項式である。素数は2進で与える。乱数、整数因数分解オラクル、原始根オラクル、GRH の仮定は不要である。

原文 16 頁 関連論文 [Deterministic Polynomial Factorization over Prime Fields](#)

力学系・エルゴード理論

143. Hilbert 第16問題における極限周期軌道数の一様上界

Hilbert 第16問題の一様有界性の主張を解決する。実平面多項式ベクトル場の孤立周期軌道の数、次数だけに依存する有限定数で抑えられる。古典的5次 Liénard 系では、極限周期軌道数の正確な最大値は2である。

原文 16 頁 関連論文 [Uniform limit-cycle bounds · Quintic Liénard limit cycles](#)

144. Banach の単純 Lebesgue スペクトル問題

確率保存版の Banach 単純 Lebesgue スペクトル問題を、滑らかな力学系の範囲で解決する。標準体積を持つ3次元トーラスの滑らかな体積保存微分同相写像で、平均0の複素 L^2 空間全体上に単純 Lebesgue スペクトルを持つものを与える。すなわち、一つの実数値観測量の両方向の反復が、その空間の正規直交基底をなす。

原文 16 頁 関連論文 [A smooth three-torus diffeomorphism with simple Lebesgue spectrum](#)

145. Rokhlin の多重混合問題

可逆で混合的な確率保存変換はすべて、任意の有限次数で混合的であることを証明し、単一変換に対する Rokhlin の多重混合問題を解決する。可測集合の任意の有限族について、すべての組の時間差が発散すると、相関は各集合の測度の積に収束する。

原文 16 頁 関連論文 [Rokhlin's multiple-mixing problem for one transformation](#)

146. 標準写像に対する Sinai の正エントロピー予想

2次元トーラス上の標準正弦写像は、十分大きいすべての正のパラメータで、面積測度に関して正の測度論的エントロピーを持つことを証明する。元の族に対する Sinai の正測度パラメータ集合の予想を、十分大きいパラメータ全体で成り立つという、より強い結論で確立する。

原文 16 頁 関連論文 [Positive Metric Entropy for the Standard Map at Large Parameters](#)

147. 境界近傍の Birkhoff 予想

正曲率を持つ滑らかな狭義凸な平面ビリヤードについて、境界近傍の Birkhoff 予想を解決する。接線に近い軌道の環帯全体が、それぞれ不変な本質的曲線によって連続的に葉層化されるなら、そのビリヤード台は楕円である。滑らかな閉凸コースティックの連続的な実空間の襟状近傍が存在することでも十分である。

原文 16 頁 関連論文 [Analytic caustic collars · Billiard rigidity](#)

148. 直線上の自己相似測度の次元公式

有限個の縮小相似写像が生成する直線上のすべての自己相似測度について、 $\dim_H \mu = \min\{1, h_{RW}/\chi\}$ を証明する。ここで h_{RW} はランダムな合成写像のエントロピー率、 χ は平均対数縮小率である。完全な重なりと異なる縮小比を許し、分離の仮定なしにエントロピー率の次元予想を解決する。

原文 17 頁 関連論文 [The entropy-rate dimension formula for self-similar measures on the line](#)

149. 弱可逆反応ネットワークの永続性

正の速度定数を固定した、すべての有限弱可逆質量作用系について、永続性予想を証明する。各正の化学量論的適合類には、それが非有界であっても、共通のコンパクト凸な前向き不変吸収集合が存在する。したがって、その類のすべての正の軌道は、最終的に共通の正の濃度下界と有限の濃度上界を持つ。

原文 17 頁 関連論文 [Uniform Permanence in Weakly Reversible Mass-Action Systems · Boundedness and persistence of weakly reversible mass-action systems](#)

150. 無理角三角形ビリヤードの弱混合性

少なくとも一つの角度の π に対する比が無理数である、すべての非退化 Euclid 三角形について、ビリヤード流が正規化面積と方向の一樣測度の積に関して弱混合的であることを証明する。一般性や Diophantine 条件の制約なしに、無理角を持つクラス全体でエルゴード性を強化する。

原文 17 頁 関連論文 [Weak mixing of triangular billiards with an irrational angle · Ergodicity of triangular billiards with an irrational angle](#)

151. Shub のエントロピー予想への C^1 反例

コンパクトな滑らかな多様体上に、位相的エントロピーが0であるのに第2ホモロジー上で固有値2を持つ、非可逆な C^1 自己写像を構成する。これにより、一般の C^1 自己写像に対するホモロジー的エントロピー下界を反証する。ホモロジーの増大は、正の軌道複雑性を必ずしも強制しない。

原文 17 頁 関連論文 [A \$C^1\$ Counterexample to the Entropy Conjecture](#)

152. エントロピー0でも滑らかな正体積モデルは保証されない

標準非原子的確率空間上に、エントロピー0のエルゴード的可逆変換で、コンパクト有限次元多様体上の狭義正の滑らかな確率密度を保存する、どの C^∞ 微分同相写像とも可測共役でないものを構成する。一つの例ですべての有限次元を排除する。

原文 17 頁 関連論文 [A zero-entropy system without a smooth positive-volume model](#)

153. Bernoulli 畳み込みの算術的分類

すべての $\lambda \in (0, 1)$ について、明示的な代数的単数の有限集合を用いる無限の片側近似条件により、偏りのない Bernoulli 畳み込みが特異か絶対連続かを分類する。また、 $(1, 2)$ 内のすべての4次 Salem 数の逆数で特異性を証明し、Pisot 数の逆数というパラメータを超えた例を与える。

原文 17 頁 関連論文 [Arithmetic classification and non-Pisot singularity for Bernoulli convolutions](#)

154. 混合変換の各点多重エルゴード平均

可逆で混合的な確率保存変換について、任意の有限長の連続する多重エルゴード平均のほとんど至る所の収束を証明する。固定した有界関数の組ごとに、すべての正の平均長に沿って、その極限は各関数の積分の積になる。混合速度や、確率空間の標準性の仮定は不要である。

原文 17 頁 関連論文 [Pointwise Multiple Ergodic Averages for Mixing Transformations](#) · [Pointwise convergence of fourfold ergodic averages for mixing transformations](#) · [Triple ergodic averages with distinct integer slopes](#) · [Pointwise convergence of triple ergodic averages for mixing transformations](#)

組合せ論

155. 次元3における周期的タイリングへの反例

$\mathbb{Z}^3$ 内の有限平行移動タイルで、空間を敷き詰められるが完全に周期的なタイリングを持たないものを構成し、可能な最小の格子次元で周期的タイリング予想を反証する。これを単位立方体で厚くすると、任意の実平行移動ベクトルを許しても、 $\mathbb{R}^3$ で同じ反例が得られる。

原文 17 頁 関連論文 [A translational tile with no fully periodic tiling in dimension three](#)

156. Borsuk 予想は次元9で成り立たない

直径が狭義に小さい10個の集合では被覆できない $\mathbb{R}^9$ のコンパクト部分集合を構成し、すでに次元9で Borsuk の被覆の主張を反証する。この例は、 $\mathbb{R}^4$ の直線への階数1直交射影からなり、Frobenius 距離を備える。

原文 17 頁 関連論文 [A nine-dimensional counterexample to Borsuk's covering assertion](#)

157. Hadwiger 予想と Colin de Verdière 予想への反例

分数彩色に対してすら Hadwiger 予想を反証する。独立数が高々2の任意に大きい有限単純グラフで、 $\chi_f(G) > h(G)$ が成り立つものを与える。ここで $h(G)$ は最大の完全グラフ・マイナーの頂点数である。また、分数版 Colin de Verdière 彩色上界 $\chi_f(G) \leq \mu(G) + 1$ も反証する。肯定的な方向では、普遍定数 C により、すべての空でない有限グラフが $\chi_{\text{list}}(G) \leq Ch(G)$ を満たす。

原文 18 頁 関連論文 [Hadwiger counterexample](#) · [Colin de Verdière counterexample](#) · [Linear list-coloring bound](#)

158. Euclid 平面は5色では彩色できない

色のクラスに制約を設けず、Euclid 平面のどの5彩色にも、距離1の同色の点対が存在することを証明する。これは Hadwiger–Nelson 問題を前進させ、古典的な7彩色と合わせると、平面の彩色数として残る可能性は6と7だけとなる。

原文 18 頁 関連論文 [The Euclidean plane is not five-colorable](#)

159. Erdős の逆数和予想と準多項式 Szemerédi 上界

逆数和が発散する正整数の任意の集合は、任意の有限長の等差数列を含むという Erdős 予想を証明する。定量的には、各固定 $k \geq 3$ に対し、非定数の k 項等差数列を持たない $\{1, \dots, N\}$ の任意の部分集合の大きさは、高々 $C_k N \exp[-c_k (\log N)^{\varepsilon_k}]$ である。正の定数は k のみに依存する。

原文 18 頁 関連論文 [Quasipolynomial Bounds for Arithmetic Progressions](#)

160. 超指数的な van der Waerden 数

van der Waerden 数の超指数的増大に関する Erdős の問いを解決する。任意の r 彩色で単色の k 項等差数列が必ず存在する最短の区間長を $W_r(k)$ とすると、ある絶対定数 $c > 0$ に対し、すべての $r \geq 2$ と十分大きい k について、 r に関して一様に $W_r(k) > k^{ck \lfloor \log_2 r \rfloor}$ が成り立つ。特に、各固定 r に対し $W_r(k)^{1/k} \rightarrow \infty$ である。

原文 18 頁 関連論文 [Quantitative Superexponential Bounds for van der Waerden Numbers](#)

161. Sidorenko 予想と強制予想への反例

同じ辺密度のランダムグラフより出現頻度が低い、35頂点66辺の連結二部パターンを用い、Sidorenko 予想を反証する。同じパターンによって Skokan–Thoma の強制予想も反証する。そのパターンの密度と辺密度が定数 graphon のものと一致しても、準ランダム性は強制されない。

原文 18 頁 関連論文 [A counterexample to Sidorenko's conjecture](#)

162. Ryser の被覆予想と Gyárfás の木被覆予想への反例

十分大きいすべての素数 q について、被覆数が予想された上界 q ではなく $q+1$ である、交差する $(q+1)$ 部 $\cdot (q+1)$ 一様ハイパーグラフを構成し、Ryser の被覆予想を反証する。拡大体上の別の構成によって、Gyárfás の単色木被覆予想も反証する。

原文 18 頁 関連論文 [Balanced prime-order counterexamples](#) · [Original counterexample](#)

164. Hindman の有限和・有限積予想

Hindman の有限和・有限積予想を証明する。正整数の任意の有限彩色において、指定された任意の有限サイズの集合で、その空でない部分集合の和と積がすべて同じ一つの色を持つものが存在する。

原文 18 頁 関連論文 [Monochromatic finite sums and products in the positive integers](#)

165. 完全グラフと完全二部グラフの正確な交差数

Harary–Hill 予想と、Zarankiewicz による定式化での Turán の煉瓦工場問題を解決し、すべての完全グラフと完全二部グラフの交差数を決定する。連続な曲線を辺とする任意の平面描画の中で、古典的な描画が最適であることを証明する。

原文 18 頁 関連論文 [Complete graphs](#) · [Complete bipartite graphs](#)

166. 高次元 Erdős 相異距離予想

任意の固定した $d \geq 3$ について、 $\mathbb{R}^d$ の相異なる $n \geq 2$ 個の点は、少なくとも $c_d n^{2/d}$ 個の相異なる距離を定める。 $c_d > 0$ は次元だけに依存する。これは整数格子と同じオーダーであり、定数因子までの評価によって、高次元 Erdős 相異距離予想を解決する。

原文 18 頁 関連論文 [The higher-dimensional Erdős distinct-distances conjecture](#)

167. 固定点距離と平面単位距離数の冪改善

弱い固定点版 Erdős 距離予想を証明する。任意の固定した $\varepsilon > 0$ に対し、任意の平面 n 点集合の $o(n)$ 個を除くすべての点は、少なくとも $n^{1-\varepsilon}$ 個の相異なる非零距离を定める。補完する定理では、単位距離の点対の個数を、ある絶対定数 $\delta > 0$ に対して $O(n^{4/3-\delta})$ で抑える。

原文 18 頁 関連論文 [Weak pinned planar distances](#) · [Planar unit-distance power saving](#)

168. Kazhdan–Lusztig 多項式の組合せ的不変性

組合せ的不変性予想を完全に解決する。任意の Coxeter 系の同型な Bruhat 区間は、同一の等パラメータ Kazhdan–Lusztig 多項式を持つ。したがって、異なる Coxeter 系の間でも、区間の抽象的順序だけでその多項式が決まる。

原文 18 頁 関連論文 [Combinatorial invariance of Kazhdan–Lusztig polynomials](#)

169. Shareshian–Wachs の e 正值性予想

Shareshian–Wachs 予想の基本対称関数に関する正值性の部分を解決する。任意の自然単位区間グラフの彩色準対称関数は、基本対称関数基底での係数が $\mathbb{N}[q]$ に属する。その係数は明示的に記述された置換を数えており、正值性の組合せ論的説明を与える。

原文 19 頁 関連論文 [Elementary positivity of chromatic quasisymmetric functions](#)

170. 非対角 Ramsey 数の最適な対数指数

各固定整数 $s \geq 5$ に対し、 $t \rightarrow \infty$ のとき $r(s, t) = t^{s-1}/(\log t)^{s-2+o(1)}$ を証明する。これにより対数指数を決定し、その尺度で古典的上界と一致させる。ここで $r(s, t)$ は、 s 頂点クリークまたは t 頂点独立集合が必ず存在する最小頂点数である。

原文 19 頁 関連論文 [r\(5, t\) logarithmic exponent](#) · [Fixed off-diagonal Ramsey numbers](#)

171. 超立方体 Ramsey 予想

Burr–Erdős の超立方体 Ramsey 予想を解決する。 n 次元立方体の 2 色 Ramsey 数は $\Theta(2^n)$ である。したがって、立方体の頂点数の普遍定数倍の頂点を持つ完全グラフの任意の赤青彩色には、単色の立方体のコピーが含まれる。

原文 19 頁 関連論文 [The hypercube Ramsey number has linear order](#)

172. 有限 Euclid Ramsey 配置の分類

十分高次元の Euclid 空間の任意の有限彩色で、元の尺度のまま単色で現れる有限点配置を分類する。その特徴付けは、座標体上の代数的条件である。また、そのような配置はすべて有限推移的集合の部分集合であるという Leader–Russell–Walters 予想を反証する。

原文 19 頁 関連論文 [A classification of finite Euclidean Ramsey configurations](#)

173. Seymour の第2近傍予想

Seymour の第2近傍予想を証明する。空でない任意の有限向き付きグラフには、有向距離がちょうど2の頂点数が、距離1の頂点数以上である頂点が存在する。ループと互いに逆向きの辺対を除くほか、向き付きグラフに制約はない。

原文 19 頁 関連論文 [A proof of Seymour’s second-neighborhood conjecture](#)

174. 強い薄い全域木の決定的構成

強い薄木予想を構成的に解決する。少なくとも2頂点を持つ、ループのない任意の有限 k 辺連結多重グラフには、各カットの辺の高々 C/k の割合しか含まない全域木が存在する。 C は普遍定数である。平行辺の多重度が2進符号化される場合にも、そのような木を決定的多項式時間で求められる。

原文 19 頁 関連論文 [Strong thin tree conjecture](#) · [Polynomial-time construction](#)

175. Talagrand 予想と期待閾値におけるグラフ分解

整数期待閾値と分数期待閾値の差が高々普遍的な乗法因子であることを証明し、Talagrand の離散凸性予想を解決する。応用として、Ascoli–He–Park–Talagrand のグラフ分解予想を証明する。任意のグラフの辺は、個数が普遍的に有界な固定片に分割でき、各片の包含閾値は、元のグラフの整数期待閾値の普遍定数倍以下である。各片の埋め込みは、共有する頂点で一致する必要はない。

原文 19 頁 関連論文 [Graph Decompositions at the Integral Expectation Threshold](#) · [Expectation-threshold equivalence](#) · [Discrete convexity](#)

176. 第2 Kahn–Kalai 予想

第2 Kahn–Kalai 予想を証明する。辺数 $h \geq 1$ 、頂点数高々 n の任意の有限単純グラフ H について、 $G(n, p)$ における出現閾値は高々 $C p_E(n, H)(1 + \log_2 h)$ である。 C は普遍定数であり、 p_E は H のすべての部分グラフの期待コピー数が少なくとも $1/2$ になる最小密度である。

原文 19 頁 関連論文 [The second Kahn–Kalai conjecture](#)

177. 任意次元の有界次数コバウンダリ・エクスパンダ

すべての $d \geq 3$ について、頂点次数が一様に有界で、 d 未満のすべての次数で一様な $\mathbb{F}_2$ コバウンダリ拡大性を持つ、任意に大きい有限 d 次元単体複体を構成する。既知のグラフおよび2次元の場合と合わせ、すべての正次元におけるこのようなエクスパンダの存在を確立する。

原文 19 頁 関連論文 [Bounded-degree coboundary expanders in every dimension](#)

178. 任意の固定次数における非二部 Ramanujan グラフの決定的構成

任意の固定した $d \geq 3$ について、十分大きいすべての偶数頂点数 n に対し、単純な d 正則非二部 Ramanujan グラフを構成する。定数関数に対応するもの以外のすべての隣接行列固有値は、狭義に $-2\sqrt{d-1}$ と $2\sqrt{d-1}$ の間にある。決定的アルゴリズムが、指数は d に依存する多項式ビット時間で、全隣接リストを出力する。

原文 19 頁 関連論文 [Deterministic nonbipartite Ramanujan graphs in every fixed degree](#)

179. 巡回 Hadamard 予想

実巡回 Hadamard 行列が存在するのは次数1と4の場合に限ることを証明し、巡回 Hadamard 予想を解決する。古典的な Barker 列の結果と合わせると、非自明な非周期自己相関の絶対値が高々1である2値列は、長さ $n > 1$ では $n \in \{2, 3, 4, 5, 7, 11, 13\}$ の場合に限って存在する。

原文 20 頁 関連論文 [The circulant Hadamard conjecture](#)

180. Barnette の Hamilton 閉路予想

すべての有限単純3正則二部平面3頂点連結グラフが Hamilton 閉路を持つことを証明し、Barnette 予想を解決する。同値な主張として、有限単純3正則3頂点連結二部 Pfaffian グラフの任意の3辺の道は、ある Hamilton 閉路に含まれる。

原文 20 頁 関連論文 [Paired states and Hamiltonian cycles in cubic bipartite planar graphs](#)

181. Erdős–Gallai の閉路分解予想

n 頂点の任意の有限単純無向グラフの辺は、ある絶対定数 C に対し、高々 Cn 個の単純閉路と単独の辺に分割できることを証明する。これにより Erdős–Gallai の閉路分解予想を解決し、密なグラフについても片の個数を線形に抑える。

原文 20 頁 関連論文 [A linear cycle-and-edge decomposition of every graph](#)

182. 多項式差を避ける集合の冪改善

最高次係数が正で、次数 $k \geq 2$ の任意の固定した intersective 整数係数多項式 h について、非零の値 $h(1), h(2), \dots$ を差として持たない $\{1, \dots, N\}$ の部分集合の大きさは $O_h(N^{1-c_k})$ であると証明する。 $c_k > 0$ は次数だけに依存する。ここで intersective とは、あらゆる法で根を持つことをいう。素数を引数とする場合にも、 h があらゆる法で単元の根を持つなら、指数が h に依存することを許して冪改善が成り立つ。

原文 20 頁 関連論文 [A power saving for intersective polynomial differences with an exponent depending only on the degree](#) · [A Power Saving for Polynomial Differences at Prime Arguments](#) · [A power saving for square-difference-free sets](#)

183. 平面の二等分線と k 集合に対する冪改善

3点が同一直線上にない平面点集合について、二等分線数の上界を、ある絶対定数 $\varepsilon > 0$ に対し $O(n^{4/3-\varepsilon})$ に改善する。より一般に、3点が同一直線上にない n 点集合は、 $1 \leq k \leq n/2$ に対し、狭義に分離可能な k 点部分集合を高々 $O(n(k+1)^{1/3-\varepsilon_0})$ 個持つ。 $\varepsilon_0 > 0$ は絶対定数である。定数と正の指数は非定量的である。

原文 20 頁 関連論文 [A power saving for planar halving lines](#)

184. 禁止部分グラフを持つグラフの彩色と独立集合

Alon–Krivelevich–Sudakov の彩色予想を対応彩色の形で証明する。任意の固定部分グラフ F を含まないグラフは、最大次数 Δ が十分大きいとき、 $O_F(\Delta/\log \Delta)$ 色で彩色できる。また、Ajtai–Erdős–Komlós–Szemerédi の独立集合予想を証明する。固定した $r \geq 4$ について、平均次数 $d \geq 2$ の n 頂点 K_r -自由グラフはすべて、大きさ $\Omega_r(n \log d/d)$ の独立集合を持つ。

原文 20 頁 関連論文 [Correspondence coloring graphs with a forbidden clique](#) · [A logarithmic independence bound for clique-free graphs](#)

185. 無限マトロイド交叉予想とパッキング・被覆予想への反例

可算無限な台集合上の二つの自己双対な分割型マトロイドを用い、制限を設けない無限マトロイド交叉予想とパッキング・被覆予想を ZFC で反証する。同じ例は Joó の分割型マトロイドに関する問いにも否定的に答える。これらの例は finitary でも cofinitary でもないため、Nash–Williams の元の finitary 予想はこの結果の対象外である。

原文 20 頁 関連論文 [A Counterexample to the Infinite Matroid Packing/Covering Conjecture](#)

186. Friedgut–Kalai のグラフ・ハイパーグラフ閾値予想

グラフと一様度を固定したハイパーグラフについて、Friedgut–Kalai の閾値幅予想を証明する。固定した $0 < \varepsilon < 1/2$ に対し、すべての非自明な増大性かつラベル変更不変な性質は、グラフでは幅 $O((\log n)^{-2})$ 、 $r \geq 3$ の r 一様ハイパーグラフでは幅 $O_r((\log n)^{-r/(r-1)})$ の間に、確率 ε から $1 - \varepsilon$ へ移行する。ハイパーグラフの影響度評価は、非単調な性質にも適用できる。

原文 20 頁 関連論文 [A uniform influence bound for hypergraph properties](#) · [A Sharp Threshold Bound for Monotone Graph Properties](#)

187. Maker の21手で Snaky を作る

Snaky 達成問題を解決する。初めは空の無限正方格子盤上で、Maker は自分の21手以内に6マスの Snaky 形を必ず作れる。Maker が先手で、各プレイヤーは毎手一つの空きマスを取得する。平行移動・回転・鏡映した形も勝利と認める。

原文 20 頁 関連論文 [Snaky in 21 Maker moves](#)

188. ランダム三角形除去の最適定数

n 頂点の完全グラフから始め、残っている三角形を一様を選んで繰り返し削除する。終了時の辺数は $n^{3/2}/(2\sqrt{2})$ に漸近し、 $n^{3/2}$ で正規化すると平均二乗で収束する。これは Joos-Kühn の最適定数予想の三角形の場合を証明する。

原文 20 頁 関連論文 [The sharp terminal leave in random triangle removal](#)

189. 閉路・クリーク Ramsey 数の正確な値

Erdős-Faudree-Rousseau-Schelp 予想を証明する。 $R(C_3, K_3) = 6$ を除き、すべての $m \geq n \geq 3$ に対して $R(C_m, K_n) = (m-1)(n-1) + 1$ である。これは、完全グラフの任意の赤青彩色で、赤い m 閉路または青い n クリークが必ず現れる正確な閾値である。

原文 21 頁 関連論文 [Cycle-clique Ramsey numbers](#)

190. 順序付き2値行列では多項式除去評価が成り立たない

一つの固定された 66×66 の0-1パターンを用い、順序付き2値行列の多項式除去評価を反証する。パターンを含まないようにするため多くの2値成分の変更が必要な行列であっても、そのコピー密度は、変更距離に関する提案されたどの多項式評価よりも小さくなりうる。コピーは行順と列順を保ち、0と1の両方を一致させる。

原文 21 頁 関連論文 [Polynomial removal fails for ordered binary matrices](#)

191. Heilbronn 三角形問題の冪改善

十分大きいすべての n に対し、単位正方形内に n 点を構成し、それらが定めるどの三角形も、ある絶対定数 $c > 0$ により面積が少なくとも n^{-2+c} となるようにする。これにより、最小の三角形の面積をどこまで大きくできるかを問う Heilbronn 三角形問題において、予想されたほぼ n^{-2} の上界を反証する。

原文 21 頁 関連論文 [A power improvement in the Heilbronn triangle lower bound](#)

192. Gopalan-Servedio 予想への反例

ブール関数の線形 Fourier 係数と多項式次数を結び付ける、提案された平方根上界を反証する。任意の $C > 0$ に対し、 $\sum_i \hat{f}(\{i\}) > C\sqrt{\deg(f)}$ を満たす符号値ブール関数 f が存在する。したがって、各入力ビットとの符号付き相関の総和は、予想された上界を任意に大きい因子だけ上回りうる。

原文 21 頁 関連論文 [Unbounded Violations of the Square-Root Degree Bound](#)

代数学

193. Serre の交点重複度予想

任意の正則局所環上の非零有限生成加群に対し、 $M \otimes_R N$ が有限長で $\dim M + \dim N = \dim R$ なら、Serre の交点重複度 $\chi^R(M, N)$ が狭義に正であることを証明する。これにより、分岐した混合標数を含め、正值性予想を解決する。

原文 21 頁 関連論文 [Positivity of Serre's Intersection Multiplicity](#)

194. Lech の重複度予想

非零 Noether 局所環の任意の平坦局所準同型について、 $e(R) \leq e(S)$ を証明する。ここで e は Hilbert-Samuel 重複度である。これにより、任意の次元・標数で Lech 予想を解決する。

原文 21 頁 関連論文 [Lech's multiplicity conjecture](#)

195. 小 Cohen-Macaulay 加群予想への反例

非零な有限生成極大 Cohen-Macaulay 加群を持たない、 $\mathbb{C}$ 上の3次元完備 Noether 正則局所整域を構成する。 $\mathbb{C}$ 上本質的有限型の3次元局所整域でも同じ性質を持つものを与え、小 Cohen-Macaulay 加群予想の整域版を反証する。

原文 21 頁 関連論文 [A Complete Local Domain without a Small Cohen-Macaulay Module](#)

196. Kaplansky の零因子予想への反例

群環 $\mathbb{F}_2[G]$ に非零零因子が存在する、有限表示で振れない群 G を構成し、Kaplansky の零因子予想を反証する。この群は有限な2次元分類空間を持つ。

原文 21 頁 関連論文 [A Torsion-Free Group Algebra with Zero Divisors](#)

197. 非 sofic 群と群環に関する反例

有限表示で振れない非 sofic 群で、 $\mathbb{F}_2$ 上の群環が直接有限でないものを構成し、振れない場合でも Kaplansky の予想を反証する。関連する例は、全配置空間上の単射だが全射でないセル・オートマトンを与え、Gottschalk の surjunctivity 予想を反証する。別の反例として、有理群環上では可逆だが Fuglede–Kadison 行列式が狭義に0と1の間にある整数群環上の行列を与え、制限を設けない行列式予想を反証する。

原文 21 頁 関連論文 [Torsion-free direct-finiteness counterexample](#) · [Characteristic two](#) · [Determinant](#) · [Odd characteristic](#)

198. 小有限射影次元予想への反例

有限次元加群の小有限射影次元が有界でない有限次元複素代数を構成し、小有限射影次元予想を反証する。

原文 21 頁 関連論文 [An algebra of infinite little finitistic dimension](#)

199. Auslander–Reiten、立川、中山の諸予想への反例

標数2の有理関数体上に有限次元代数を構成し、Auslander–Reiten 予想、Gorenstein 射影予想、および立川の第2予想を反証する。関連する自己準同型代数は、古典的・一般化・強い中山予想、Auslander–Gorenstein 予想、Wakamatsu 傾斜予想も反証する。反例は基礎体の任意の拡大後も反例であり続ける。

原文 22 頁 関連論文 [Auslander–Reiten counterexample](#) · [Tachikawa’s second conjecture](#)

200. 標数0の Eisenbud–Green–Harris 予想と lex-plus-powers 予想

標数0のすべての体上で、Eisenbud–Green–Harris 予想と lex-plus-powers 予想を証明する。任意の長さで各次数が2以上の正則列を含む斉次イデアルには、同じ Hilbert 関数を持ち、次数付き Betti 数が元より小さくならない lex-plus-powers イデアルが存在する。

原文 22 頁 関連論文 [Artinian lex-plus-powers Betti theorem](#) · [Commuting division-coefficient forms](#)

201. Kurosh の斜体問題への反例

中心上代数的で、中心上2元によって生成されるが、中心上の次元が無限である、可算な標数0の斜体を構成する。これにより、局所有限性に関する Kurosh の斜体問題に否定的な解答を与える。

原文 22 頁 関連論文 [A Counterexample to Kurosh’s Division-Ring Problem](#)

202. ブロックごとの Alperin 重み予想

すべての素数とすべての有限群について、ブロックごとの Alperin 重み予想の数値的主張を証明する。すなわち、ブロック内の既約 Brauer 指標の個数は、その重みの共役類の個数と等しい。

原文 22 頁 関連論文 [The Blockwise Alperin Weight Conjecture](#)

203. 体と離散付値環上の Donovan 予想

Donovan 予想を証明する。標数 p の各固定代数閉体上で、不足群の位数が有界な有限群のブロックは、すべての素数 p に対し、森田同値類が有限個しかない。また、剰余体が代数閉である、各固定混合標数完備離散付値環上の整数版も証明する。

原文 22 頁 関連論文 [Donovan over algebraically closed fields](#) · [Integral Donovan over Witt vectors](#)

204. 偶数次元スピンのテンソル飽和

$\text{Spin}(2n)$ 、 $n \geq 2$ について、飽和係数が1であることを証明する。和がルート格子に属する三つの支配的整重みについて、共通の正整数倍で不変量が存在すれば、元の重みですでに不変量が存在する。これにより、単純結合型の飽和予想の D 型部分を解決する。

原文 22 頁 関連論文 [Tensor saturation for even spin groups](#)

205. Saxl 予想と普遍的テンソル平方

Saxl 予想を証明する。任意の階段型表現のテンソル平方は、対応する対称群のすべての既約複素表現を含む。より一般に、 $n \notin \{2, 4, 9\}$ のすべての S_n は、テンソル平方が全既約表現を含むような既約表現を持つ。

原文 22 頁 関連論文 [Universal tensor squares](#) · [Cyclic polytabloid proof](#)

206. 有限束の表現：反例と判定不能性

どの有限代数の合同束にもならない有限束が存在し、有限束表現問題に否定的な解答を与える。さらに、有限束がそのような表現を持つかどうか、または有限群の部分群束の完全な区間になるかどうかを判定するアルゴリズムは存在しない。

原文 22 頁 関連論文 [Characterization and undecidability](#) · [Negative solution](#)

207. ℓ^1 -Bass 予想と複素 Bass トレース予想

すべての離散群に対して ℓ^1 -Bass 予想を証明する。 $\ell^1(G)$ 上の冪等行列の Hattori–Stallings トレースは、有限個の有限位数元の共役類に台を持つ。代数的な関連稿では、整数 Bass トレース予想と、任意の可換単位的標数0整域上の振れない群に対する Kaplansky の冪等元予想を証明する。

原文 22 頁 関連論文 [The \$\ell^1\$ -Bass Conjecture for Discrete Groups](#) · [The Bass trace conjecture and the characteristic-zero Kaplansky idempotent conjecture](#)

208. 有限の場合の Benson–Etingof–Ostrik 予想

標数 $p > 0$ の代数閉体 k 上の任意の有限対称テンソル圏が、高次 Verlinde 圏 Ver_{p^n} への、 k 線形・完全・忠実・強対称モノイダルなファイバー関手を持つことを証明する。レベルは圏に依存してよく、標数2も含め、Benson–Etingof–Ostrik 予想の有限の場合を解決する。

原文 22 頁 関連論文 [Fiber functors for finite symmetric tensor categories in positive characteristic](#)

209. Gersten 予想への整数係数の反例

制限を設けない整数係数 Gersten 単射性を、次数3と5で反証する。混合標数 $(0, 5)$ の明示的な二つの2次元分岐正則局所環が、分数体上では消える非零の整数係数 K 理論類を持つ。

原文 23 頁 関連論文 [Integral Gersten counterexample](#) · [Degree-three Gersten counterexample](#)

210. 第6対称冪の Foulkes 予想と二次安定化

Foulkes 予想の第6の場合を証明する。すべての $b \geq 6$ と有限次元複素ベクトル空間 V について、 $\text{Sym}^6(\text{Sym}^b V)$ は $\text{Sym}^b(\text{Sym}^6 V)$ に同変に埋め込める。より一般に、標準的乗法写像 $\text{Sym}^b(\text{Sym}^a V) \rightarrow \text{Sym}^a(\text{Sym}^b V)$ は、 $a \geq 2$ 、 $b \geq a(a-1)$ なら全射であり、次元に依存しない二次安定化を与える。

原文 23 頁 関連論文 [Sixth symmetric power](#) · [Quadratic stabilization](#)

確率論・統計力学

211. ランダム平面写像の幾何・拡散・スペクトル

臨界 Fortuin–Kasteleyn 平面写像は、 $0 < q \leq 4$ では Liouville 量子重力球面に、 $q > 4$ では Brown 運動的連続ランダム木に収束し、曲面から木への幾何学的転移を確立する。FK–Ising 写像と全域木重み付き写像では、定常ランダムウォークが極限球面上の Liouville Brown 運動に収束する。FK–Ising のスペクトルに関する結果は、明記された Brown 運動・LQG の前提結果を用いて、固有値と熱トレースの収束も与える。

原文 23 頁 関連論文 [Random Walks on Critical FK–Ising Maps and Liouville Brownian Motion](#) · [Spectral convergence for critical FK–Ising planar maps](#) · [A Linear Clock for Random Walk on Tree-Weighted Planar Maps](#) · [Subcritical conformal limits](#) · [Critical sphere at \$q=4\$](#) · [FK and spanning-tree metric-measure limits](#) · [Brownian CRT limits for \$q>4\$](#)

212. 平面初通過パーコレーションにおける両無限測地線の不存在と滑らかな極限形状

辺重みが独立同分布で非負かつ非原子的であり、4個の重みの最小値が有限の2次モーメントを持つとき、平面初通過パーコレーションには両方向に無限な測地線が存在しないことを証明する。指数分布の重みでは、極限形状は狭義凸で C^1 境界を持つ。微分可能性は、正の形状パラメータと率パラメータを持つ任意の Gamma 分布でも成り立つ。

原文 23 頁 関連論文 [No bigeodesics](#) · [Strict convexity and differentiability](#)

213. 準推移的グラフの臨界点では無限クラスターは存在しない

$p_c < 1$ であるすべての無限連結局所有限準推移的グラフのボンド・パーコレーションについて、Benjamini-Schramm の臨界性予想を解決する。臨界確率では、ほとんど確実に無限クラスターが存在しない。この成果群は、 $\mathbb{Z}^3$ 上の最近接ボンド・パーコレーションとサイト・パーコレーションの両方でも同じ結論を確立する。

原文 23 頁 関連論文 Cubic-lattice bond and site percolation · Quasi-transitive graphs at criticality

214. Benjamini-Schramm の非一意性予想

すべての無限連結局所有限非従順準推移的グラフ上の Bernoulli ボンド・パーコレーションについて、 $p_c < p_u$ を証明し、Benjamini-Schramm の非一意性予想を解決する。したがって、無限クラスターが無数存在する確率範囲が空でない。より強い作用素評価から、臨界三角条件も確立する。

原文 23 頁 関連論文 Nonuniqueness of percolation on nonamenable quasi-transitive graphs

215. 平面 $O(n)$ 模型の質量を持つ連続極限と正確な質量漸近式

2次元最近接 $O(3)$ 模型の標準的連続極限を構成する。これは一意な真空と正の質量ギャップを持つ、非 Gaussian な局所相対論的理論である。正方格子 $O(4)$ 模型について、全転送ギャップの正確な主要漸近式 $m_{\text{lat}}(\beta) \sim 32e^{\pi/4-1/2}\sqrt{\beta}e^{-\pi\beta}$ を決定する。また、この成果群は、 $n \geq 3$ の2次元最近接 $O(n)$ 模型で、任意の正温度におけるスピン相関の指数減衰を証明する。

原文 23 頁 関連論文 $O(3)$ massive continuum limit · $O(3)$ isolated particle pole · Exact mass asymptotics for the two-dimensional $O(4)$ lattice model · $O(4)$ mass bounds · $O(n)$ exponential decay

216. 平面 XY 模型の臨界対数補正と BKT スケーリング

正方格子上の最近接余弦 XY 模型について、自由境界箱の熱力学極限を取った後、臨界点での軸方向相関 $C_{\beta_c}(r) \sim Ar^{-1/4}(\log r)^{1/8}$ と、Berezinskii-Kosterlitz-Thouless 型の本質的特異性 $\sqrt{\beta_c - \beta} \log \xi(\beta) \rightarrow B$ を証明する。 $A, B > 0$ である。最近接を含む有限な正方対称相互作用では、トーラスの大きさを等比的に増大させると、離散 Gaussian 高さは、閾値を含む粗面相全体で Gaussian 場に収束する。臨界点の中心磁化とスピン場に関する結論には、それぞれ記載された高さ・くりこみ・場の前提条件が残る。

原文 23 頁 関連論文 The critical logarithmic correction for the planar XY model · Critical Center Magnetization in the Planar XY Model · The Critical Spin Field of the Planar XY Model · Essential Singularity of the Correlation Length in the Planar XY Model · Critical XY correlation exponent · Height and spin-field universality

217. 低温 Sherrington-Kirkpatrick 模型の揺らぎの法則

任意の固定逆温度 $\beta > 1$ について、零磁場 Gaussian Sherrington-Kirkpatrick 模型の対数分配関数の揺らぎ尺度と極限分布を決定する。分散は $c_\beta n^{1/3}$ 、 $c_\beta > 0$ に漸近し、予測された標準偏差尺度 $n^{1/6}$ を確認する。正確な中心化と標準化の後、全列が一意的に特徴付けられる非退化分布へ収束する。

原文 24 頁 関連論文 Free-energy limiting law · Fluctuation scale

218. 弱相互作用・乱れを持つ Ising 模型の等角普遍性

正方格子 Ising 模型の、弱い有限範囲・正方対称・偶数多スピン摂動は、臨界バルクのスピンとエネルギーの極限を保つ。弱い正方対称の輪郭相互作用も、弦状 SLE_3 の界面極限を与える。任意の固定された有界・非退化・平均0の分布を持つ、十分弱い独立同分布のボンド乱れのもとで、臨界スピン界面は環境に関して確率収束して同じ法則に向かう。

原文 24 頁 関連論文 Quenched SLE_3 limits for general weak random-bond Ising models · Quenched SLE_3 Universality for the Weak Random-Bond Ising Model · Logarithmic Relative Fluctuations in the Weakly Disordered Planar Ising Model · Bulk correlation universality · SLE_3 universality · Stopping-band resolution

219. 弱い乱れを持つランダム正則グラフの GOE 普遍性

任意の固定次数 $d \geq 3$ について、一様単純ランダム d 正則グラフのバルク隣接固有値点過程は、3正則の場合も含め、Gaussian 直交アンサンブルの法則に収束する。乱れのないスペクトル端の狭義内側のコンパクト帯全体で、十分弱い固定の独立同分布一様対角乱れを加えても、同じ固定エネルギー普遍性が保たれる。

原文 24 頁 関連論文 Fixed-energy universality for weak Anderson disorder on random regular graphs · GOE bulk universality for fixed-degree random regular graphs

220. ランダム環境の方向別0-1法則と弾道性

$d \geq 3$ の $\mathbb{Z}^d$ で、独立同分布の狭義楕円の最近接環境、および一様楕円性のもとでの定常エルゴード的有限範囲依存環境について、ある方向への脱出確率は0か1である。 $d \geq 2$ の独立同分布一様楕円の環境では、ほとんど確実な方向別過渡性から、その方向への射影が正である決定的極限速度が従い、弾道性予想を解決する。

原文 24 頁 関連論文 A directional zero-one law for finite-range-dependent random environments · Strict-ellipticity zero-one law · Directional transience implies ballisticity

221. 希釈スピングラスの Mézard–Parisi 公式

Panchenko–Talagrand の因子分解と正值性の仮定を満たす Poisson 希釈の偶数項 Ising 模型について、1 次モーメントの可積分性だけを仮定して Mézard–Parisi の階層的キャビティ公式を証明する。極限自由エネルギーは、有限深さの階層的試行分布全体にわたる下限に等しい。対象には Viana–Bray 模型、対称な希釈偶数スピン模型、重み付きソフト偶数 K 充足可能性問題が含まれる。

原文 24 頁 関連論文 The Mézard–Parisi formula for diluted spin glasses

222. パーセプトロンの自由エネルギーと微視的ジャミング

有界 Borel 対数ポテンシャルを持つ Gaussian Ising パーセプトロンと、有界連続ポテンシャルを持つ Gaussian 球面パーセプトロンについて、すべての正のパターン密度で、有限温度の変分自由エネルギーを決定する。球面版の拡張では、極限特異値分布がコンパクト台を持ち外れ値がない、左右直交不変の乱れを扱う。マージン -1 では、二次罰則球面模型に鋭い実行可能性閾値と極限ギャップ・力の法則が存在する。極限は、系の大きさ、零温度、臨界密度の順に取る。

原文 24 頁 関連論文 Ising perceptron free energy · Negative spherical perceptron jamming · Bi-orthogonally invariant disorder · Spherical perceptron free energy

223. 正方格子ランダムクラスター界面の等角極限

$0 < q \leq 4$ の臨界正方格子ランダムクラスター界面について、 $\kappa = 4\pi / \arccos(-\sqrt{q}/2)$ に対する弦状 SLE_κ 極限を証明する。記載された標点付き境界近似のもとで、 $q \geq 1$ では有界 Jordan 領域を、 $q < 1$ では滑らかな Jordan 領域を許す。 $1 \leq q \leq 4$ について、平面の完全な入れ子ループ集合は CLE_κ に収束する。

原文 24 頁 関連論文 FK interfaces and nested loops ($1 \leq q < 4$) · Self-dual interfaces ($q < 1$) · Quenched SLE Universality for Weakly Disordered FK–Ising Interfaces · Thermal FK–Ising interfaces and massive SLE · Natural Occupation Measures for Critical Square-Lattice FK Interfaces · Conformal Limits of Critical Square-Lattice Random-Cluster Interfaces

224. Voronoi パーコレーションの臨界・近臨界普遍性

任意の有界 Jordan 四辺形で、平均化された臨界 Poisson–Voronoi 横断確率に対する Cardy 公式を証明する。各模型を自身の単位正方形の期待 pivotal 点数で正規化すると、有理多角形四辺形に対する条件付き同時近臨界横断閾値分布は、環境に関する確率収束で三角格子の参照分布に向かう。これにより、横断閾値について quenched な近臨界普遍性を確立する。

原文 24 頁 関連論文 From critical crossings to quenched near-critical universality in Voronoi percolation · A Pivotal Amplitude for Voronoi Percolation from Cardy’s Formula · Cardy’s formula for critical Poisson–Voronoi percolation

225. 平衡6頂点模型の Gaussian 自由場極限

$a = b = 1$ 、 $0 < c \leq 2$ の平衡正方格子6頂点高さ場は、端点 $c = 2$ を含めて Gaussian 自由場に収束する。平面状態は平衡トラス極限で定義する。高さの増分を1とし、Green 核を $-(2\pi)^{-1} \log|x - y|$ とすると、正確な分散倍率は $1/\arcsin(c/2)$ である。

原文 25 頁 関連論文 The Gaussian free field limit of the balanced six-vertex model with variance multiplier $1/\arcsin(c/2)$

226. 半平面の二重ダイマー CLE_4 予想

二重ダイマーのスケーリング極限予想の、半平面 Temperleyan 版を解決する。Temperleyan 正方格子の独立な二つのダイマー被覆からなる完全なループ集合は、入れ子の CLE_4 に収束する。この収束は、すべての巨視的ループをパラメータ付けのない曲線として対応させ、ループ観測量の収束をループそのものの収束へ強化する。

原文 25 頁 関連論文 The curve scaling limit of half-plane double dimers

227. Sherrington–Kirkpatrick 模型の動的相転移

各スピンが率1で更新される零磁場 Gaussian SK 熱浴ダイナミクスについて、乱れに関する確率の意味で、固定した $0 \leq \beta < 1$ では最悪初期状態からの $\log n$ 尺度のカットオフ、 $\beta = 1$ では混合時間 $n^{2/3+o(1)}$ 、 $\beta > 1$ では Gibbs 分布から抽出して固定した初期配置からの引き延ばし指数型混合を証明する。臨界点では、再スケールした定常およびクエンチ自己相関過程は、Gaussian 乱れと Rademacher 乱れに共通する普遍的ランダム極限を持つ。クエンチ極限は定常極限へ緩和する。

原文 25 頁 関連論文 [Universality of critical quench autocorrelations in the Sherrington–Kirkpatrick model](#) · [Functional universality of critical SK autocorrelations](#) · [High-temperature spectral gap](#) · [High-temperature cutoff](#) · [Critical slowing down](#) · [Typical-start stretched-exponential barriers](#) · [Low-temperature typical-start upper bound](#) · [Critical mixing](#)

228. 動径2体ポテンシャルによる連続系の相転移

3次元古典粒子の、距離に依存する安定な2体相互作用で、1次相転移を持つものを構成する。開密度区間全体で、ある一つの逆温度において正準自由エネルギーの導関数に跳びが生じる。一つのポテンシャルは発散する反発芯を持ち、別のものは有界連続で可積分な冪減衰の裾を持つ。これにより、Simon の連続系問題が求める型の相転移を実現する。

原文 25 頁 関連論文 [Temperature singularity](#) · [Algebraic-decay phase transition](#)

229. 3状態・4状態の最適な復元閾値

正則木 ($d \geq 2$) および観測された Poisson 木 (平均はそれぞれ $d > 1$ 、 $d > 0$) 上で、3状態対称伝播と4状態強磁性伝播の正確な復元閾値 $d\lambda^2 > 1$ を証明し、等号では復元不能となる。Poisson の優位性は、生存を条件付けずに平均する。3状態の定理は λ の両符号を許し、対称3コミュニティ確率的ブロック模型の正確な弱復元閾値を与える。

原文 25 頁 関連論文 [The Reconstruction Threshold for the Ferromagnetic Four-State Potts Model](#) · [A Capacity Criterion for Four-State Potts Reconstruction on Trees](#) · [The exact reconstruction threshold for the three-state symmetric channel](#)

230. SLE の正確な Hausdorff 測度

$0 < \kappa < 8$ の弦状 SLE_κ に関する Schramm の Hausdorff 測度の問いを解決する。明示的ゲージ $r^d(\log \log(1/r))^{(2-d)/2}$ 、 $d = 1 + \kappa/8$ は、 $0 < s < t < \infty$ のすべての軌跡区間 $\gamma([s, t])$ に、ほとんど確実に正かつ有限の測度を与える。また、任意の有界円板内の軌跡の測度の期待値は有限である。

原文 25 頁 関連論文 [Exact Hausdorff gauge](#) · [Explicit exact Hausdorff gauge](#)

231. 自由一様全域森は IID の因子である

任意の無限連結局所有限単純重みなしグラフ上で、自由一様全域森は、根を用いない単一の同型同変な規則によって、独立な頂点ラベルの因子として得られる。任意の可算群上の平行移動不変な強 Rayleigh 2値過程も、Hermite 正縮小核を持つ不変行列式過程を含め、IID の因子である。

原文 25 頁 関連論文 [The free uniform spanning forest is a factor of IID](#)

232. Lipschitz 高さの Gaussian 場と SLE 界面

三角格子高さ模型について、有界で滑らかな単連結領域上の Gaussian 自由場極限を証明する。対象は、増分が $0, \pm 2$ 、二つの境界弧の値が ± 1 である一様奇数高さ、および固定した $x \in [1/\sqrt{2}, 1]$ で重み付けした零境界整数 Lipschitz 高さである。一様実数 Lipschitz 高さも Gaussian 場に収束し、反対符号の境界振幅を調整すると、その界面は弦状 SLE_4 に収束する。これにより、Schramm の実数場と界面に関する予測を確立する。

原文 25 頁 関連論文 [Weighted integer heights](#) · [Integer heights with two-arc boundary](#) · [Uniform real Lipschitz surfaces](#)

233. 臨界 Ashkin–Teller 模型の同時スケーリング極限

4状態 Potts 端点を含む臨界線全体で、Ashkin–Teller 高さとして二つの完全な電流クラスター集合の同時スケーリング極限を同定する。許容される格子近似と、主格子が wired · 双対格子が free の境界条件を持つ有界 Jordan 領域では、高さは予測された Gaussian 自由場に収束する。クラスターは、すべての入れ子の深さを保持し、その同じ場に標準的に付随する再帰的集合に収束する。

原文 25 頁 関連論文 [The joint scaling limit of critical Ashkin–Teller currents](#)

234. 直交不変 Ising スピングラスの全温度における圧力

直交不変 Ising スピングラスの極限圧力について、任意の固定温度で、ほとんど確実に期待値でも成り立つ正確な変分公式を与える。結合行列は、コンパクト台を持つ分布へ収束する決定的スペクトルを Haar ランダム回転したものであり、最大・最小固有値はその台の端に収束する。温度を0にすると、零磁場の基底状態エネルギーが得られる。

原文 26 頁 関連論文 All-temperature pressure for orthogonally invariant Ising spin glasses

235. ランダム SAT の閾値、最適分散、計算可能性

符号が独立一様な proper 節を復元抽出するランダム k -SAT について、任意の固定した $k \geq 3$ で、有限かつ正の極限閾値と到達時刻の分散 $\Theta_k(n)$ 、さらに 3-SAT 閾値の計算可能性を証明する。2026年10月5日に公開された同時期の ECCC TR26-229 における、閾値存在予想の解決については Gaia Carenini の優先性を認める。本成果群は、別証明に加え、より鋭い分散と計算可能性の結果を与える。

原文 26 頁 関連論文 ECCC TR26-229 · Fixed-clause-size limiting threshold · Linear Variance of the Random 3-SAT Hitting Time · Random k -SAT hitting-time variance · Computing the random 3-SAT threshold

236. 木上の自由 Ising 状態が IID の因子になる閾値

無限 d 正則木の自由境界・零磁場・強磁性 Ising 状態が、独立な頂点ラベルの因子となる条件を決定する。 $d \geq 3$ 、 $\beta \geq 0$ に対し、それは等号を含め $\tanh \beta \leq (d-1)^{-1/2}$ の場合に限る。構成は根を用いず、固定した各木自己同型についてほとんど確実に同変であり、Lyons の問いの強磁性の場合を解決する。

原文 26 頁 関連論文 The sharp factor-of-IID threshold for the free Ising model on regular trees

237. 蜂の巣格子ウォークの直径指数 $3/4$

Nienhuis が予測した $3/4$ 指数の直径版を証明する。蜂の巣格子上の n ステップ自己回避ウォークを一様を選ぶと、その直径は $n^{3/4+o(1)}$ である。局所質量と被覆数の指数は $4/3$ である。これらの評価は、十分大きいすべての固定長について、尺度全体で同時に、失敗確率が任意の多項式次数で減衰する高確率で成り立つ。

原文 26 頁 関連論文 Radial transfer and polygon length laws · Chords with prescribed boundary endpoints · Cylinder loop weights and planar nesting · Mass and covering exponents for fixed-length walks · Signed cylinder propagation · Logarithmic bridge-length windows · Marked polygons and one-arc bounds · Disk transfer and confined bridge mass · Polynomial vacuum representations · Renewal and changes of law · Critical strip-crossing mass · Finite bridge moments · Cap-selected amplitudes and triangle chords

238. Thorp シャッフルの最適な対数混合

Thorp シャッフルが、 $N = 2^d$ 枚のラベル付きカードを $\Theta(\log N)$ 回の実際のシャッフルでランダム化することを証明し、枚数が2の冪の場合の最適混合オーダーを確定する。収束は最悪の初期順序からの全変動距離で測り、個々のカード位置だけでなく置換全体を対象とする。

原文 26 頁 関連論文 Optimal-order mixing of the Thorp shuffle · Random coordinate frames · Partial-information Fourier bounds · Deterministic-sweep information · Permutations with revealed switching · Routing and representation contraction · Row-column symmetry and sweep contraction · Random-subspace tests and trace smoothing · Compatibility entropy and spectrum · Signed tensor densities and diagram budgets · Conditional sweeps and analytic transfer · Strict four-row permanent inequality

239. 対称符号行列の特異確率の最適な指数率

対角線上と上三角の成分が独立な対称ランダム符号行列について、特異となる確率の最適な指数率を決定する。一様符号では $\Pr(\det A_n = 0) = (1/2 + o(1))^n$ である。固定バイアス $p \in (0, 1) \setminus \{1/2\}$ の場合、その率は $(p^2 + (1-p)^2 + o(1))^n$ となる。偏りのある場合には、行の一致がこの率を達成する。

原文 26 頁 関連論文 The sharp exponential rate of singularity for symmetric Bernoulli matrices · The sharp singularity rate for biased symmetric sign matrices

数理論理学

240. Shelah の最終的範疇性予想

Shelah の最終的範疇性予想を ZFC で証明する。Löwenheim–Skolem 数の上界ごとに一様な閾値が存在し、抽象初等クラスがその閾値より大きい一つの濃度で範疇的なら、同じ閾値以降の全体で範疇的となる。範疇性とは、与えられた濃度で同型を除いて一意であることをいう。連続体仮説のもとでは、提案された特定の Hanf 閾値では不十分となりうる。

原文 26 頁 関連論文 CH threshold obstruction · Eventual categoricity

241. Turing 次数の剛性

Turing 次数の順序自己同型はすべて恒等写像であり、その剛性問題を解決する。したがって、相対計算可能性による順序を保つ、非自明な次数の付け替えは存在しない。

原文 26 頁 関連論文 Rigidity of the Turing degrees

242. 一重 Diophantine 表現

自然数の組からなる任意の帰納的可算集合は、各要素に対して補助変数の解が正確に一つあり、非要素には解がない Diophantine 表現を持つ。これにより一重予想、したがって有限重予想を証明する。解が高々一つという約束のもとでも、非負整数上の Diophantine 可解性は判定不能である。

原文 27 頁 関連論文 Single-fold Diophantine representations

243. 選択なしの計数は多項式時間を捉えない

Blass–Gurevich–Shelah の非捕捉予想を確認する。 $\mathbb{F}_3$ 上の線形方程式系の整合性は、順序を持たない有限構造上の多項式時間クエリを定めるが、計数付き選択なし多項式時間では表現できない。別の結果により、証拠付き対称選択を加えると表現力が狭義に増大することも示す。どちらの分離も、任意の有限ランクの遺伝的有限集合を許す、完全な計数形式化に対して成り立つ。

原文 27 頁 関連論文 Failure to capture polynomial time · Witnessed symmetric choice

244. 分割原理から選択公理は従わない

ZF が無矛盾であると仮定し、集合の任意の全射像から元の集合への単射が存在するにもかかわらず、選択公理が成り立たないモデルを構成する。順序数で添字付けられた族に対する選択は依然として成り立つ。また別の構成では、ZFC の任意の可算推移的モデルから、これらの性質を持ち、基礎モデルの元からなる新しい可算列を加えない推移的対称拡大を与える。

原文 27 頁 関連論文 The Partition Principle does not imply Choice

245. β -Barendregt–Geuvers–Klop 予想

すべての純粋型システムで、弱正規化可能性から強正規化可能性が従うことを証明する。すなわち、有効な文脈内のすべての適式が β 正規形を持つなら、すべての β 簡約列が停止する。関数的でない規則と開いた文脈も含め、 β -Barendregt–Geuvers–Klop 予想を解決する。

原文 27 頁 関連論文 Weak and strong normalization in pure type systems

群論

246. Cannon 予想

境界が S^2 と同相な任意の語双曲群は、核が有限な、双曲3空間上の固有かつ余コンパクトな等長作用を持つ。これにより Cannon 予想を証明する。そのような群が振れを持たなければ、閉双曲3次元多様体の基本群となる。

原文 27 頁 関連論文 A Modulus Proof of Cannon’s Conjecture

247. 無限・有限表示・剰余有限な2群

すべての元が有限な2の冪の位数を持つ、無限・有限表示・剰余有限な群を構成し、このクラスに限っても有限表示 Burnside 問題に否定的な解答を与える。この構成は、無限次元の有限表示 nil 結合 $\mathbb{F}_2$ 代数、および有限表示・無限次元の代数的な単位元添加代数も与え、対応する冪零性問題と Kurosh の有限性問題にも否定的に答える。

原文 27 頁 関連論文 [An infinite finitely presented residually finite 2-group](#) · [An infinite finitely presented periodic group](#)

248. Thompson 群 F は非従順である

区間の2進区分線形同相写像からなる Thompson 群 F が非従順であることを証明し、その長年の従順性問題を解決する。

原文 27 頁 関連論文 [Thompson's group \$F\$ is nonamenable](#)

249. Eilenberg–Ganea 予想への有限生成反例

整数係数コホモロジー次元が2、幾何学的次元が3である、有限生成剰余有限群を構成し、Eilenberg–Ganea 予想を反証する。セルが無限個であることを許しても、2次元の分類空間を持たない。

原文 27 頁 関連論文 [A finitely generated counterexample to the Eilenberg–Ganea conjecture](#)

250. Boone–Higman 予想と高次有限性

有限生成群の語の問題が判定可能であることと、その群が有限表示単純群に埋め込めることは同値であり、Boone–Higman 予想を証明する。埋め込み先は F_∞ 型、すなわち各次元に有限個のセルを持つ分類空間を備えるものにできる。また、一つの F_∞ 型の群にすべての有限表示群を含ませることができる。

原文 27 頁 関連論文 [Finite algebraic envelopes](#) · [Simple \$F_\infty\$ overgroups](#) · [Universal \$F_\infty\$ group](#)

251. 従順性、ユニタリ化可能性、Ulam 安定性

すべての離散群について Dixmier の問題を解決する。従順性は、Hilbert 空間上のすべての一様有界表現がユニタリ表現に相似であることと同値である。可算離散群については、従順性は強い Ulam 安定性とも同値である。すなわち、十分精確なユニタリ近似表現は、無限次元でもよい同じ Hilbert 空間上の真正な表現に、作用素ノルムで一様に近い。

原文 27 頁 関連論文 [Unitarizability implies amenability for discrete groups](#) · [Strong Ulam Stability Characterizes Amenability](#)

252. 剰余有限でない、振れない双曲群

剰余有限でない、振れない語双曲群を構成し、剰余有限性の問いに否定的に答える。ある一つの固定された非単位元は、どの可換体上のどの有限次元線形表現でも単位元に写る。このため、その群はどの可換体上でも線形ではない。

原文 28 頁 関連論文 [A torsion-free hyperbolic group that is not residually finite](#)

253. 無限・有限表示・単純・従順な群

無限・有限表示・単純・従順な群を構成し、これらの性質が同時に成り立ちうるかという長年の問いに答える。

原文 28 頁 関連論文 [An infinite finitely presented simple amenable group](#)

254. Artin 群の分類空間と幾何学的障害

任意の有限ランク Artin 群の Salvetti 複体は非球面的であり、Artin の $K(\pi, 1)$ 予想を証明する。その放物型部分群の任意の共通部分は放物型であり、放物型交叉予想を証明する。また、空でないどの固有 CAT(0) 空間にも、固有かつ余コンパクトな等長作用を持たない明示的 Artin 群を与える。

原文 28 頁 関連論文 [Artin \$K\(\pi, 1\)\$](#) · [No geometric CAT\(0\) action](#) · [Parabolic intersections](#)

255. 実質的多重巡回群の準等長剛性

有限生成の実質的多重巡回群と準等長な有限生成群はすべて、実質的多重巡回であることを証明し、Eskin–Fisher–Whyte の格子認識予想を解決する。同値に、連結単連結可解 Lie 群の格子と準等長な群は、有限指数部分群を取ると、元とは異なってもよいその種の Lie 群の一樣格子になる。

原文 28 頁 関連論文 [Quasi-isometric recognition of virtually polycyclic groups](#)

256. 群上の方程式に関する Howie 予想

任意の群上の有限連立方程式で、指数和行列が $\mathbb{Q}$ 上でフルランクを持つものは、その群を含むある群の中で同時解を持つことを証明し、Howie 予想を解決する。係数群は、その表示が定める商群に埋め込まれる。関連稿では、1生成元と1関係式の付加では非自明な群を自明化できないという Kervaire 予想を証明する。

原文 28 頁 関連論文 Nonsingular systems of equations over arbitrary groups · The Kervaire theorem for groups

257. 幾何的 CAT(0) 作用を持たない双曲群

すべての語双曲群が CAT(0) 群であるかという問いに否定的に答える。有限分類空間を持つが、どの次元のどの固有完備 CAT(0) 空間にも、固有かつ余コンパクトな等長作用を持たない群を構成する。

原文 28 頁 関連論文 A hyperbolic group with no geometric CAT(0) action

258. 1関係式群に対する Gersten 予想

Gersten 予想を証明する。 $m, n \neq 0$ の Baumslag–Solitar 部分群 $BS(m, n)$ を含まない有限生成1関係式群はすべて語双曲的である。また、語双曲的な1関係式群はすべて、実質的にコンパクト特殊であることを証明する。

原文 28 頁 関連論文 Baumslag–Solitar-free one-relator groups · Virtual compact specialness

259. 固定価格性を持たない群

コストが異なる二つの本質的に自由な確率測度保存作用を持つ有限生成群を構成し、一般の固定価格問題に否定的に答える。その Bernoulli 作用のコストは1から正に離れる一方、有限高さ拡大のある列のコストは1に近づく。

原文 28 頁 関連論文 A group without fixed price

数理物理

260. 時空 Penrose 不等式と剛性

すべての空間次元 $n \geq 3$ において、滑らかな1端漸近平坦初期データについて、優勢エネルギー条件、弱い未来捕捉、正の囲み面積、および記載された減衰仮定のもと、囲み面積を用いる最適な時空 Penrose 不等式を証明する。最小囲み面積から不変 ADM 質量の下界を与え、追加の地平面仮定のもとで等号成立時の剛性を得る。荷電系の上側面積評価は電荷・磁荷の両方を持つ3次元データを扱い、高次元の純電荷への拡張には、対応する中性系の定理を用いる。

原文 28 頁 関連論文 Three-dimensional charged inequality · Higher-dimensional charged reduction · Enclosing area, charge, and rigidity · Kerr–Newman inequality · Electromagnetic tails · Nonmaximal anti-de Sitter inequality · Maximal asymptotically hyperbolic inequality · Local Schwarzschild–anti-de Sitter inequality · Numerical spacetime · Riemannian endpoint · Equality and rigidity · Boundary graphs · Bondi–CKS

261. Anderson 模型の局在と非局在

独立一様サイトポテンシャルを持つ格子 Anderson 模型について、予測されたスペクトルの対照を解決する。次元2では、任意の正の乱れの強さで、ほとんど確実に純点スペクトルとなる。各固定次元 $d \geq 3$ では、十分弱い正の乱れのもと、非零スペクトル重みを持つ固定開区間上で純絶対連続スペクトルとなる。

原文 28 頁 関連論文 Absolutely continuous spectrum · Pure-point spectrum

262. 最適な1次元 Lieb–Thirring 不等式

$1/2 < \gamma < 3/2$ と、 $\int \text{tr}(W^{\gamma+1/2}) < \infty$ を満たす任意の有限行列ポテンシャル $W \geq 0$ について、最適な1次元 Lieb–Thirring 不等式を証明する。最適定数はスカラー1束縛状態の値で、行列サイズに依存しない。等号成立例はすべて、一つの固定ユニタリ基底のもとで、尺度と中心が独立なスカラー sech^2 ソリトンと零チャンネルの直和となる。

原文 29 頁 関連論文 Equality cases in the sharp one-dimensional matrix Lieb–Thirring inequality · Sharp one-dimensional Lieb–Thirring inequalities for matrix potentials · Sharp one-dimensional Lieb–Thirring constants

263. イオン化予想と一般化イオン化予想

電子スピンの2状態の完全な非相対論的 Coulomb 模型について、電荷がそれぞれ1以上、全電荷 Z の固定原子核 M 個を持つ分子が厳密に束縛できる電子数は、高々 $Z + CM$ であると証明する。中性原子の第1イオン化エネルギーと、期待値で半電子分を除く電子を含む半径には、普遍的な正の上界と下界がある。 $m \rightarrow \infty$ 、 $Z/m \rightarrow \infty$ のとき、 m 個の電子を取り除くエネルギーコストには Thomas-Fermi 漸近式が成り立つ。中性原子の外側半径には、先に $Z \rightarrow \infty$ とする対応する逐次極限の漸近式が成り立つ。

原文 29 頁 関連論文 [Uniform excess charge and outer radius](#) · [Generalized ionization energies](#) · [Generalized outer-electron radii](#)

264. 2端 Kerr データ近傍の強宇宙検閲

固定された回転する亜極限 Kerr 橋のそれぞれの近傍で、局所的な強宇宙検閲を証明する。滑らかで完備な2端漸近平坦真空データの重み付き滑らかな近傍において、ある稠密 G_δ 部分集合の全最大大域的雙曲的發展は、弱接続が局所2乗可積分であるような、未来方向への連続で非退化な拡張を持たない。対称性は仮定せず、拡張が真空方程式を満たす必要もない。

原文 29 頁 関連論文 [Future inextendibility, L2 connection](#) · [C1 future inextendibility](#) · [C2 future inextendibility](#)

265. ギャップを持つ2次元系の面積則

任意の有限誘導正方格子領域上の有限範囲 Hamiltonian の一意な基底状態について、全体系の一様なスペクトルギャップと局所相互作用の上界だけを用い、エントロピー面積則を証明する。開いた $L \times L$ 正方格子では、一様にギャップを持つ最近接基底状態に対し、多項式のボンド次元と高々 L^{-1} の大域的ベクトル誤差を持つ射影エンタングル対状態による近似も存在する。

原文 29 頁 関連論文 [Two-dimensional area law](#) · [Polynomial PEPS approximation](#)

266. 次元6の相互不偏基底はちょうど3個

$N(6) = 3$ を証明し、Zauner の次元6相互不偏基底予想を解決する。 $\mathbb{C}^6$ にはそのような基底が3個存在するが、4個は存在しない。不存在は、記載された binary64 算術とコンパイラ条件のもとでの完全な認証付き計算により示す。独立な関連稿では、Tao の3次同値類の外にある次数6の複素 Hadamard 行列について、Matolcsi–Ruzsa–Weiner の Fourier 消滅予想を証明する。

原文 29 頁 関連論文 [Maximum number of bases](#) · [Exact Fourier certificates](#)

267. 正温度の Bose–Einstein 凝縮と量子枯渇

3次元剛体球気体の正確な正準 Gibbs 状態について、Bose–Einstein 凝縮を証明する。各固定排除距離と十分小さい固定密度に対し、体積に依存しない狭義正の温度が存在し、熱力学極限で正の凝縮割合を持つ。零温度では、剛体球、および正の散乱長を持つ固定された有界非負動径有限範囲ポテンシャルについて、熱力学極限を先に、希薄極限を後に取り、Bogoliubov の主要量子枯渇則を証明する。

原文 29 頁 関連論文 [Bose–Einstein condensation at positive temperature in the dilute hard-sphere gas](#) · [Quantum Depletion and Momentum Distribution in the Dilute Hard-Sphere Bose Gas](#) · [Quantum Depletion for Fixed Bounded Repulsive Potentials](#) · [A density-uniform condensate bound for dilute Bose gases](#) · [Ground-state condensation in the dilute hard-sphere gas](#)

268. スピン1の Haldane ギャップ

偶数長の周期環上の純粋な反強磁性 Heisenberg 鎖について、スピン1の Haldane ギャップ予想を証明する。鎖が長くなってもスペクトルギャップは一様に正である。関連稿では、端点磁場 $h = 3/5$ を持つ奇数長の開いた鎖のギャップを確立し、位相指数 -1 を持つ境界選択された無限体積状態を与える。

原文 29 頁 関連論文 [Periodic Haldane gap](#) · [Boundary-field gap](#)

269. Laughlin ギャップとスカラー乱れに対する安定性

標準球面上の充填率 $1/3$ の全 V_1 相互作用について、フェルミオン Laughlin スペクトルギャップ予想を証明する。最低 Landau 準位に射影された、十分弱い有界実スカラー1体ポテンシャルのもとでも、一意な基底状態は一様なギャップを保つ。ギャップと乱れの閾値はともに、十分大きいすべての粒子数と、すべての正規化ポテンシャル形状について一様である。

原文 29 頁 関連論文 [Uniform Stability of the Spherical Laughlin Gap](#) · [A Fock-space inequality and the Laughlin spectral gap](#)

270. BFSS 模型の閾値束縛状態と正エネルギー束縛状態

変形されていない相対 $SU(N)$ BFSS 模型は、すべての有限 $N \geq 2$ について、正規化可能な零エネルギー状態を正確に一つ持つことを証明し、閾値束縛状態予想を解決する。 $SU(2)$ については、関連稿で、エネルギーが上に有界でない無限個の正規化可能な正エネルギー固有状態を証明する。これは、元の BFSS 論文が述べた $N = 2$ での追加束縛状態の排除に反する。

原文 30 頁 関連論文 [The unique threshold bound state of the \$SU\(N\)\$ BFSS model](#) · [Positive eigenvalues of the relative \$SU\(2\)\$ BFSS Hamiltonian](#)

271. Bloch 則と自発的強磁性秩序

すべての正の量子スピンに対する3次元量子 Heisenberg 強磁性体について、正確な係数を持つ Bloch の $T^{3/2}$ 則を証明する。結合は非負・対称・有限範囲で、その台が $\mathbb{Z}^3$ を生成することを許す。熱力学極限は、零磁場での微分と低温極限より先を取る。また、この成果群は、すべての次元 $d \geq 3$ の最近接模型で自発磁化を証明し、3次元最近接結合の最初の格子補正を決定する。

原文 30 頁 関連論文 [Bloch's Law for Finite-Range Heisenberg Ferromagnets in Three Dimensions](#) · [The first lattice correction to Bloch's law](#) · [The spherical magnetization law for the three-dimensional quantum Heisenberg ferromagnet](#) · [Spontaneous magnetization in the quantum Heisenberg ferromagnet](#)

272. 秘密鍵を持たない量子もつれと PPT-square 予想

ほとんど確実に完了する、指定された局所インストールメント・プロトコルに対し、蒸留可能秘密鍵が0である $\mathbb{C}^{10} \otimes \mathbb{C}^{10}$ 上のもつれ状態を構成する。このプロトコルは、他の共有秘密資源を持たずに、共同の局所処理と認証付き双方向公開通信を許す。盗聴者は入力 of 純粋化と公開記録を保持する。また、 $M_{21}(\mathbb{C})$ 上のトレース保存 PPT チャンネルで、その2乗がもつれ破壊的でないものにより、Christandl の PPT-square 予想を反証する。

原文 30 頁 関連論文 [Entanglement with zero distillable secret key in local dimension ten](#)

273. エントロピー光子数不等式

任意の有限モード数における、独立な二つの有限エネルギー・ボソン入力のビームスプリッタ混合について、エントロピー光子数不等式を証明する。出力のエントロピー光子数は、入力のそれらを透過率で重み付けした平均以上である。各入力内部の任意のもつれを許し、入力間でエントロピーが異なる場合にも、積熱入力が等号を達成する。

原文 30 頁 関連論文 [The entropy photon-number inequality](#)

274. QAC^0 に対する Moore のパリティ予想

測定出力モデルで Moore のパリティ予想を解決する。任意の1量子ビットゲート、非有界アリティの Toffoli ゲート、および多項式個の総量子ビットを持つ定数深さ量子回路は、最悪の場合に任意の固定された正の優位性を持ってパリティを計算できない。補助ビットは0から始め、1出力量子ビットを測定し、他の全レジスタは破棄してよい。Xu-Li の還元から、厳密多数決にも同じ有界誤りの障害が得られる。

原文 30 頁 関連論文 [Product-projection localization](#) · [Regular trajectories and pruning](#)

275. 連続体 Coulomb エネルギーの QMA 困難性

スピンを持つフェルミオンの連続体空間全体にわたって最小化する、3次元電子 Coulomb エネルギーの下限値の近似が QMA 困難であることを証明する。相異なる有理位置にある単位電荷の原子核だけを用い、電子数が多項式個で、エネルギー閾値の隔たりが少なくとも1である場合にも、決定的多項式時間還元が機能する。

原文 30 頁 関連論文 [Binary nuclear charges](#) · [Unit nuclear charges](#)

276. 一般化振幅減衰の古典容量

すべての減衰パラメータ・熱パラメータを含め、量子ビットのすべての一般化振幅減衰チャンネルの補助なし古典容量を決定する。明示的な1変数最適化で容量が得られ、独立な2状態信号アンサンブルと集団復号によって達成される。任意の有限次元量子チャンネルとのテンソル積で、Holevo 容量、最小出力エントロピー、正則化古典容量が加法的である。

原文 30 頁 関連論文 [Classical capacity and entropy inequalities for generalized amplitude damping](#)

277. もつれゲームの閾値反復

すべての有限2人1ラウンドゲームについて、指数的な閾値反復を証明する。もつれ値が $v < 1$ であれば、独立な k 回の反復で少なくとも $v + \delta$ の割合に勝つ確率は、 $0 < \delta < 1 - v$ に対し k について指数的に減衰する。任意の共同有限次元もつれ戦略と、関連した質問分布を許す。

原文 30 頁 関連論文 [Threshold parallel repetition for finite-dimensional entangled games](#)

278. Kohn-Sham アンサンブル表現の不成立

等しい正整数電荷の原子核を二つ持つ3電子 Coulomb 分子で、その絶対基底状態密度が、 $L^{3/2}(\mathbb{R}^3) + L^\infty(\mathbb{R}^3)$ 内の単一の実・スピン非依存局所ポテンシャルによる非相互作用基底状態アンサンブル表現を持たないものを構成する。これにより、そのポテンシャルのクラスで Kohn-Sham アンサンブル表現可能性を反証する。必要な核電荷は数値では指定されない。

原文 30 頁 関連論文 [A Coulomb ground-state density without Kohn-Sham ensemble representation](#)

279. 固定有限ゲート集合による正確な量子因数分解

すべての整数の完全な素因数分解を確率1で出力する、多項式時間一様な量子回路族を与える。ゲート数と量子ビット数はともに入力長に関して多項式であり、一つの固定有限ゲート集合で十分である。

原文 31 頁 関連論文 [Exact quantum factoring over a fixed finite gate set](#)

280. 強有理ユニタリ頂点作用素代数の強局所性

強局所性予想の強有理の場合を証明する。すべての単純・ユニタリ・強有理な複素頂点作用素代数は、完全有理な共形ネットを生成する。その単純加群はユニタリ化可能であり、表現圏は組紐付きユニタリ・テンソル圏として、ネットの有限指数セクターと一致する。

原文 31 頁 関連論文 [Strongly rational unitary vertex operator algebras and conformal nets](#)

281. SK 模型における QAOA の最適性

系のサイズを回路深さより先に無限大にすると、QAOA が Gaussian 零磁場 Sherrington-Kirkpatrick 模型の基底状態エネルギーへ近づくことを証明する。任意の精度に対し、系のサイズと乱れに依存しない有限深さおよび決定的角度が、必要な極限スピン当たり期待エネルギーを達成する。また、サイズを次数より先に無限大にすることで、大次数ランダム正則グラフの期待 MaxCut 値の主要項でも最適性が得られる。

原文 31 頁 関連論文 [QAOA attains the SK ground-state energy in the thermodynamic-first limit · Full support of the zero-temperature Sherrington-Kirkpatrick order parameter](#)

282. 4次元量子場理論におけるスケール対称性から共形対称性への強化

記載された有界局所ネットと場の再構成の仮定のもと、4次元ユニタリ正エネルギー理論について、スケール対称性から局所共形対称性が従うことを証明する。スケーリング・スペクトルは離散・下に有界・有限重複度で、スケーリングの台は有限とし、物理的局所スケール電流を持つ。エネルギー運動量テンソルは、時空の保存量を変えずにトレース0へ改良できる。結論は局所 Ward 恒等式に関するもので、ネット全体への大域共形作用ではない。

原文 31 頁 関連論文 [Scale and conformal symmetry in four-dimensional operational quantum field theory](#)

283. ブール・オラクルからの多項式時間・定数誤差ユニタリ合成

Aaronson-Kuperberg のユニタリ合成問題の定数誤差版を解決する。適切なブール・オラクルを選ぶと、一様多項式サイズの量子オラクル回路が、任意の n 量子ビット・ユニタリチャネルを diamond ノルム誤差 $1/2$ 以内に近似する。ゲート数、量子ビット数、オラクル呼出し数、クエリ長はいずれも多項式で有界である。標的に依存するオラクルの真理値表には制約がなく、効率的な古典構成は主張しない。

原文 31 頁 関連論文 [Polynomial-Time Unitary Synthesis from a Boolean Oracle](#)

284. 乱択・量子クエリ間の最適指数

全域ブール関数に対する普遍上界 $R(f) = O((1 + Q(f))^4)$ の指数が最適であることを示し、より小さいすべての冪を排除して、予想された三次関係を反証する。ここで R と Q は、誤り確率高々 $1/3$ の乱択および量子の最悪ビットクエリ複雑度であり、クエリ間の計算に制約はない。

原文 31 頁 関連論文 [A Nearly Quartic Separation Between Randomized and Quantum Query Complexity](#)

作用素環

285. Baum–Connes 予想と Kadison–Kaplansky 予想への反例

assembly の有理単射性の失敗と、それとは別の全射性の失敗を通じて、係数なしの被約 Baum–Connes 予想を反証する。有理単射性の失敗は、有限生成で振れない例が示す。別に、振れない群で、その被約群 C^* 代数が非自明な射影を持つものを与え、Kadison–Kaplansky 予想を反証する。

原文 31 頁 関連論文 Baum–Connes injectivity · Kadison–Kaplansky counterexample · Irrational-trace Baum–Connes counterexample

286. 格子の von Neumann 代数の算術的剛性

標数0局所体上の性質 (T) を持つ格子と通約的 (commensurable) な ICC 群のスカラー捻り付き群因子と、任意の ICC 群因子との間の有限指数両側加群を分類する。そのような両側加群はすべて、有限指数部分群の同型と有限次元射影表現から生じるモデルの有限直和の直和因子である。この分類は、記載された安定同値の範囲で、群、スカラー2-コサイクル、および増幅尺度も復元する。

原文 31 頁 関連論文 Twisted finite correspondences · Arithmetic category and stable recovery

287. すべての非可換自由群因子は同型である

自由群因子の同型問題を解決する。 $L(\mathbb{F}_2) \cong L(\mathbb{F}_3)$ であり、したがって $L(\mathbb{F}_\infty)$ を含むすべての補間自由群因子が同型である。それらに共通する因子の基本群は $\mathbb{R}_{>0}$ である。

原文 31 頁 関連論文 An isomorphism of the free group factors

288. Kadison の相似予想

Kadison の相似予想を証明する。単位的複素 C^* 代数から Hilbert 空間上の作用素への任意の有界複素線形単位的代数準同型は、有界可逆作用素による共役で $*$ 準同型になる。

原文 32 頁 関連論文 Kadison’s similarity theorem through uniform derivation estimates

289. 強い Kadison–Kastler 予想

同じ Hilbert 空間上の十分近い単位的 von Neumann 代数は、恒等作用素に任意に近いユニタリによって共役となることを証明する。単位球同士の作用素ノルム距離に関する許容誤差は普遍的である。反例により、片側だけの近包含では恒等作用素に近い共役が成り立たず、ノルム可分 C^* 代数は任意に近くても周囲の作用素空間内でユニタリ共役とは限らないことを示す。

原文 32 頁 関連論文 Universal strong Kadison–Kastler stability · Near Inclusions of von Neumann Algebras Without Small Spatial Embeddings · Close Separable C^* -Algebras Without Spatial Conjugacy

290. Connes の双中心化子予想と相対双中心化子

可分前双対を持つすべての III_λ 型因子と、すべての忠実正規状態について、Connes の双中心化子予想を証明する。より一般に、忠実正規条件付き期待値を持つ、可分前双対を備えた von Neumann 代数の包含 $N \subset M$ ごとに、 $P' \cap c(M) = N' \cap c(M)$ を満たす、条件付き期待値を持つ従順部分代数 $P \subset N$ を構成し、相対双中心化子予想を解決する。

原文 32 頁 関連論文 Core-commutant preservation · Modular spectral averages

291. Toms–Winter 予想と同変 Jiang–Su 安定性

単純・可分・単位的・無限次元・核型・安定有限・Jiang–Su 安定な C^* 代数への、任意の可算離散従順群作用について、同変 Jiang–Su 安定性を証明する。トレース上の力学系への制約なしに、Szabó 予想のこの場合を解決する。また、この成果群は、単純・可分・単位的・無限次元・核型の設定で、狭義比較、有限核次元、Jiang–Su 安定性が同値であるという単位的 Toms–Winter 予想を証明する。

原文 32 頁 関連論文 Equivariant Jiang–Su Stability for Amenable Actions in the Unital Stably Finite Case · Cuntz comparison and absorption · Nuclear dimension and Jiang–Su stability · Uniform property Γ

292. Kirchberg のノルム超冪埋め込み問題への反例

任意の固定された非零単位的核型 C^* 代数のノルム超冪に、自然数上のどの自由超フィルターに対しても単位的に埋め込めない、明示的な可分単位的全群 C^* 代数を構成する。標的を $\mathcal{O}_2$ とすると、Kirchberg のノルム超冪埋め込み問題への否定的解答となる。

原文 32 頁 関連論文 An explicit obstruction to nuclear norm-ultrapower embeddings

293. 超不変部分空間問題への反例

すべての無限次元可分複素 Hilbert 空間上に、非零のノルム準冪零作用素で、それと可換なすべての作用素のもとで不変となる、非零の真の閉部分空間を持たないものを構成する。この構成は、超有限 II_1 型因子内で非自明な不変射影を持たない作用素も与える。

原文 32 頁 関連論文 [Invariant-projection counterexamples for every irrational rotation · Backward intertwiners and a transitive commutant](#)

294. Kaplansky の準トレース予想への反例

正規化された2-準トレースを持つが、そのすべてが非加法的である可分単位的複素 C^* 代数を構成し、Kaplansky の準トレース予想を反証する。その帰結として、二つの単位的単純安定有限 C^* 代数の最小テンソル積が真に無限となりうる。その一方の因子は $C_r^*(\mathbb{F}_2)$ にできる。

原文 32 頁 関連論文 [A counterexample to Kaplansky's quasitrace conjecture and failure of tensor-product stable finiteness](#)

295. Kadison–Ringrose コホモロジー予想

複素 von Neumann 代数上で、その代数自身を係数とする次数2以上の任意の有界 Hochschild コサイクルは、有界な原始コチェインを持つことを証明する。同値に、すべての高次有界 Hochschild コホモロジー群が消滅し、Kadison–Ringrose 予想を解決する。

原文 32 頁 関連論文 [Vanishing of higher bounded Hochschild cohomology](#)

296. 有限因子の生成元問題

可分前双対を持つすべての II_1 型因子は、一つの作用素、同値に二つの自己共役作用素で生成されることを証明し、生成元問題を解決する。さらに強く、そのような因子の任意の既約包含 $P \subset M$ について、 $M = W^*(P, u)$ を満たすユニタリ u は、トレース2-ノルム位相で稠密な G_δ 部分集合をなす。

原文 32 頁 関連論文 [Relative generation and the generator problem for finite factors](#)

297. Naimark 問題への ZFC における反例

忠実トレース状態を持ち、ユニタリ同値を除いて非零既約表現を正確に一つだけ持つ、単位的・無限次元・単純な複素 C^* 代数について、Tanaka の ZFC 構成とは別の構成を与える。したがって、追加の集合論的仮定なしでも、制限を設けないコンパクト作用素による特徴付けは成り立たない。反例は非可分である。

原文 32 頁 関連論文 [Tanaka's ZFC construction · A counterexample to Naimark's problem in ZFC](#)

298. Voiculescu の自由エントロピー等号予想への反例

トレース付き von Neumann 代数内に、有界な自己共役元の組で、マイクロ状態自由エントロピーと非マイクロ状態自由エントロピーが $-\infty < \chi < \chi^* < \infty$ を満たすものを構成する。これにより、Voiculescu の有限エントロピー等号問題に否定的に答える。行列近似による定義と自由 Fisher 情報量による定義は、両方が有限でも異なる。

原文 33 頁 関連論文 [A finite-entropy separation of microstates and nonmicrostates free entropy](#)

299. Kirchberg–Rørdam の指標判定条件

非零単位的可分複素 C^* 代数が Jiang–Su 安定であることと、すべての自由超フィルターについて、そのノルム中心列代数が指標を持たないことは同値である。これにより Kirchberg–Rørdam の指標問題に答える。また、指標を持たないそのような代数の無限最小テンソル冪は Jiang–Su 安定であり、Dadarlat–Toms の問いに答える。

原文 33 頁 関連論文 [The Kirchberg–Rørdam character criterion](#)

300. Popa–Vaes の二次強作用素舗装予想

複素 von Neumann 代数のすべての自己共役元は、任意の極大可換部分代数に関して、 $O(\varepsilon^{-2})$ 個のブロックによる強作用素舗装を持つことを証明する。ノルム評価は、強位相で恒等作用素に任意に近い射影による圧縮後に成り立ち、Popa–Vaes の二次舗装予想を解決する。

原文 33 頁 関連論文 [Approximation paving · Quadratic strong-operator paving](#)

301. Razak-Jacelon 安定化後のトレース錐による分類

可分核型複素 C^* 代数を、Razak-Jacelon 代数とコンパクト作用素代数とのテンソル積を取った後、拡張された下半連続トレース重みの完全な位相的錐によって分類する。任意のイデアル構造と、有限・無限両方の部分商を持つ代数を含め、Robert のトレース錐の問いに答える。

原文 33 頁 関連論文 [The trace cone classifies Razak-Jacelon stabilizations](#)

302. 極小整数作用の Phillips-Toms 公式

無限コンパクト距離化可能空間 X の任意の極小同相写像 h について、 $C(X) \rtimes_h \mathbb{Z}$ の比較半径は、無限値の場合も含め $\frac{1}{2} \text{mdim}(X, h)$ に等しい。平均次元が0であることは、小境界性、Jiang-Su 安定性、有限核次元と同値であり、この場合の核次元は高々1である。

原文 33 頁 関連論文 [Boundary-preserving cobordism compression](#) · [Radius = 1/2 mean dimension](#)

303. 通常の純無限性から強い純無限性へ

複素 C^* 代数に関する Kirchberg-Rørdam の、通常の純無限性から強い純無限性が従うかという問いを解決する。完全性を持つ (exact) 代数については、すべての正元の、ある一つの固定有限増幅が真に無限であることでも十分である。したがって、この性質を持つ可分核型代数はすべて、単位性や単純性の仮定なしに $\mathcal{O}_\infty$ を吸収する。

原文 33 頁 関連論文 [Weak pure infiniteness and \$\mathcal{O}\$ -infinity absorption](#)

位相幾何

304. 任意次元の Hilbert-Smith 予想

連結有限次元位相多様体に忠実かつ同時連続に作用する、局所コンパクト・第2可算・Hausdorff 群はすべて Lie 群である。これにより、境界のない Hausdorff 第2可算多様体について、すべての有限次元で Hilbert-Smith 予想を証明する。

原文 33 頁 関連論文 [The Hilbert-Smith conjecture in every finite dimension](#)

305. 円板埋め込み予想と Wall の多様体予想への反例

制限を設けない4次元円板埋め込み予想は成り立たない。フレーミング付き代数的双対球面があるだけでは、互いに交わらない局所平坦な張り円板を得るには不十分である。特に、自由群 F_2 は Freedman-Quinn の意味で good ではない。また、有限分類空間を持つ有限表示の4次元整数係数 Poincaré 双対群で、閉非球面的位相4次元多様体の基本群として実現できないものを構成し、Wall 予想を反証する。

原文 33 頁 関連論文 [Boundary-only obstruction](#) · [Marked tensor obstruction](#) · [PD4 group without aspherical manifold model](#)

306. S^3 内の結び目の purely cosmetic surgery 予想

S^3 内の非自明な滑らかな結び目に対する相異なる Dehn 手術スロープから、向きを保つ同相写像で同一視できる多様体が生じることはない。これにより、purely cosmetic surgery 予想を証明する。主張にはメリディアン・スロープも含む。

原文 33 頁 関連論文 [Purely cosmetic surgery on knots in the three-sphere](#)

307. 最大粗 assembly の有理単射性の失敗

最大粗 assembly 写像が有理単射でない、一様離散・有界幾何の空間を構成する。この例は、次数が一樣に有界な有限連結グラフの粗い非交和であり、核に無限位数の類を持つ。関連稿では、被約粗 assembly についても同様の失敗を与え、有理粗 Novikov 予想を反証する。

原文 33 頁 関連論文 [Failure of rational injectivity for maximal coarse assembly](#) · [A counterexample to the coarse Novikov conjecture](#)

308. 素数を変えて任意の高さに存在する Smith-Toda 複体

すべての $n \geq 0$ について、 n に依存する素数 p で、Brown-Peterson ホモロジー $BP_*/(p, v_1, \dots, v_n)$ と標準的余加群構造を持つ有限 Smith-Toda スペクトルを構成する。したがって、素数を変えてよいなら、任意の高さで Smith-Toda 複体が存在する。明示例では $p = 1009$ における $V(4)$ を実現する。

原文 34 頁 関連論文 [Varying primes](#) · [V\(4\) at prime 1009](#)

309. 素数3における Kervaire 不変量問題

素数3で奇素数版 Kervaire 不変量問題を解決する。mod 3 Adams スペクトル系列で生き残る標準類は、添字0、2、3のものに限られ、その stem は10、106、322である。生き残る各検出コセットは、加法的位数がちょうど3の元を含む。

原文 34 頁 関連論文 [The Kervaire invariant problem at the prime three](#)

310. 有理ホモロジーにおける Quillen 予想

すべての有限群とすべての素数について、Quillen 予想の有理ホモロジー版を証明する。 G の最大正規 p 部分群が自明なら、非自明な基本アーベル p 部分群の半順序集合は、非零の増大被約有理ホモロジーを持ち、したがって可縮ではない。

原文 34 頁 関連論文 [Rational homology and Quillen's conjecture](#)

311. Chai の不変イデアル予想

有限剰余体上の Lubin–Tate 変形環について、すべての素数と正の高さ n で Chai の不変イデアル予想を証明する。Barthel–Heard–Naumann による含意を通じ、Hovey–Strickland 予想を証明する。双対可能な $K(n)$ 局所スペクトルの厚いテンソルイデアルは正確に $n+2$ 個であり、その Balmer スペクトルは $n+1$ 点の鎖である。

原文 34 頁 関連論文 [Stabilizer orbits and thick tensor ideals of dualizable \$K\(n\)\$ -local spectra](#)

312. Grothendieck のホモトピー仮説

Ara–Henry の規約で、すべての Grothendieck coherator に付随する ∞ 亜群について、Grothendieck のホモトピー仮説を証明する。これらの代数的対象は、空間のホモトピー理論を復元する。

原文 34 頁 関連論文 [The Grothendieck homotopy hypothesis via elementary expansions](#)

313. $K(n)$ 局所球面の有限生成性

Hovey および Hovey–Strickland の次数ごとの有限性の問いに答える。すべての素数、正の高さ、整数次数について、 $K(n)$ 局所球面の各ホモトピー群は有限生成 $\mathbb{Z}_p$ 加群である。有限 p 局所スペクトルを $K(n)$ 局所化した場合にも、同じ結論が成り立つ。

原文 34 頁 関連論文 [Finite generation for the \$K\(n\)\$ -local sphere](#)

314. 有限 p 群のクロマティック Smith 固定点問題

有限 p 群 G の任意の部分群 H について、幾何的 H 固定点から幾何的 G 固定点に移る際の最適なクロマティック損失を決定する。任意の非負の高さで、その損失は、 H から G までの巡回商を持つ劣正規列の最短路に等しい。各商はその位数によらず1回と数え、有限スペクトルによって最適性を示す。

原文 34 頁 関連論文 [Cyclic length and chromatic fixed-point loss](#)

315. 4次元 Singer 予想

任意の閉連結非球面的位相4次元多様体の普遍被覆について、 L^2 Betti 数が次数2以外で消滅することを証明する。より一般に、形式次元4の任意の有限連結非球面的整数係数 Poincaré 複体にも同じ結論が成り立ち、この広いクラスで4次元 Singer 予想を証明する。

原文 34 頁 関連論文 [The Singer conjecture in dimension four](#)

316. Curtis 予想

Curtis 予想を証明する。球面の正次数の mod 2 安定 Hurewicz 像は、Hopf 不変量1の類 η, ν, σ と、存在する Kervaire 不変量1の類の像によって張られる。

原文 34 頁 関連論文 [The Stable Hurewicz Image of the Sphere at Two](#)

317. すべての厳密高次元における Thomason モデル構造

Ara–Maltiniotis 予想を解決する。すべての $n \geq 1$ および $n = \omega$ について、小さい厳密 globular n 圏には、単体集合と Quillen 同値な固有組合せ的 Thomason モデル構造が存在する。したがって、記載されたすべての次元で、厳密高次元圏が空間のホモトピー理論のモデルとなる。

原文 34 頁 関連論文 [Thomason Model Structures in Every Strict Higher Dimension](#)

318. クロマティック分裂：反例とフィルトレーション

素数 $p \geq 5$ で高さ3の強いクロマティック分裂を反証し、導来 p 完備化球面について、高さ p ($p \geq 5$) と高さ $p+1$ ($p \geq 7$) の弱い分裂を反証する。それでも、 $n \geq 1$ 、 $p > n+1$ のとき、重なり $L_{n-1}L_{K(n)}S_p^\wedge$ は、予測された局所化球面の片による 2^n 段のフィルトレーションを持つ。高さ3・素数3では、導来完備化球面上の $E(2)$ 局所加群圏で、そのような片から有限回で組み立てることさえできない。

原文 34 頁 関連論文 [Filtered splitting at generic primes](#) · [Height-three filtration and attachments](#) · [Rational obstruction to strong splitting](#) · [Finite-assembly failure at prime three](#) · [Weak chromatic splitting counterexamples](#)

319. 高さ2における Hahn–Wilson 予想への反例

クロマティック高さ2で Hahn–Wilson 予想を反証する。十分大きいすべての素数 p に対し、正確な fp 型が2である連結的 (connective) p 完備スペクトルで、完備化 $BP\langle 2 \rangle$ から有限回の和、シフト、錐、レトラクトで構成できないものを与える。それにもかかわらず、これらの例は有限局所化・望遠鏡局所化の比較を満たす。

原文 35 頁 関連論文 [Counterexamples to the Hahn–Wilson conjecture at height two](#)

320. Borel 剛性への4次元反例

共通の語双曲基本群を持ち、ホモトピー同値だが同相でない、閉連結非球面的位相4次元多様体を構成する。これにより、次元4では Borel 予想の、同相写像の存在だけを求める定式化すら反証する。

原文 35 頁 関連論文 [Nonhomeomorphic closed aspherical four-manifolds with the same homotopy type](#)

321. Wall の有限 $D(2)$ 予想への反例

有限連結3次元 CW 複体で、普遍被覆の次数2より上の整数ホモロジーが消滅し、すべての局所係数加群に対して第3コホモロジーが消えるが、有限2次元ホモトピーモデルを持たないものを構成する。これにより Wall の有限 $D(2)$ 予想を反証する。この例の基本群は無限である。

原文 35 頁 関連論文 [A Counterexample to Wall’s \$D\(2\)\$ Problem](#)

関数解析

322. Tingley の単位球面等長写像問題

Tingley の問題を解決する。非零実 Banach 空間の単位球面間の任意の全射等長写像は、空間全体の全射実線形等長写像に一意に拡張される。次元への制約はなく、したがって単位球面の距離幾何学が、線形等長同型を除いて Banach 空間を決定する。

原文 35 頁 関連論文 [A positive solution to Tingley’s problem](#)

323. 可分商問題の相対的独立性

可測基数の無矛盾性を前提とする相対的な意味で、可分商問題が ZFC から独立であることを確立する。すべての無限次元 Banach 空間が可分無限次元商を持つという主張は、すべての実・複素 Banach 空間について成り立ちうる。一方、連続体仮説のもとでは両方の体上に反例が存在する。

原文 35 頁 関連論文 [Relative independence of the separable quotient problem](#)

324. 線形同型を伴わない Lipschitz 同値

大域的に双 Lipschitz 同値でありながら線形同型でない可分実 Banach 空間を構成し、可分 Lipschitz 同型問題に否定的な解答を与える。したがって、双 Lipschitz 同値の範囲での距離構造全体を知っても、可分 Banach 空間の線形同型類は決まらない。

原文 35 頁 関連論文 [Lipschitz equivalence without linear isomorphism](#) · [Bi-Lipschitz \$c_0\$ absorption](#)

325. 完全版 Crouzeix 予想

完全版 Crouzeix 予想を解決する。複素 Hilbert 空間上の任意の有界作用素 A と任意の有限行列値多項式 P に対し、 $\|P[A]\| \leq 2 \sup_{z \in W(A)} \|P(z)\|$ が成り立つ。ここで $W(A)$ は数値域である。定数2は最適で、行列サイズに依存せず、無限次元でも有効である。

原文 35 頁 関連論文 [Direct proof](#) · [Structural proof](#)

326. 近似性のもとでの cotype-cotype 予想

近似性を持つ実 Banach 空間について、cotype-cotype 予想を解決する。そのような非零空間が K 凸であることと、空間自身およびその双対が、指数は異なってもよい有限 Rademacher cotype を持つことは同値である。同値に、これらの cotype 仮定から非自明な Rademacher type が従う。

原文 35 頁 関連論文 [The cotype-cotype conjecture under the approximation property](#)

327. Markov type による超反射性の特徴付け

ある $p > 1$ に対して Markov type p を持つ実 Banach 空間は、同値な一様凸ノルムを持つことを証明し、Naor のノルム付け替えの問いに答える。既知の逆向きと合わせ、非自明な Markov type によって超反射性の特徴付ける。

原文 35 頁 関連論文 [Nontrivial Markov Type Forces Superreflexivity](#)

328. 反射的 Banach 空間の非拡大写像の不動点

Kirk の反射空間不動点問題を解決する。実反射的 Banach 空間の、空でない閉有界凸部分集合からそれ自身への非拡大写像は、必ず不動点を持つ。一様凸性は仮定せず、元のノルムで成り立つ。

原文 35 頁 関連論文 [Fixed Points of Nonexpansive Maps in Reflexive Banach Spaces](#)

329. Pietsch の距離エントロピー双対性予想への反例

距離エントロピーに対する Pietsch の次元非依存双対性予想を反証する。原点对称凸体の被覆数と、対応する極体の被覆数を比較する予想で、提案されるどの普遍定数の組に対しても違反する例がある。被覆する側の凸体が立方体の場合にも成り立つ。

原文 36 頁 関連論文 [Counterexamples to the duality conjecture for metric entropy](#)

330. Kalton の Lipschitz 自由空間の近似に関する問いへの否定的解答

実 Lipschitz 自由 Banach 空間が近似性を持つが有界近似性を持たない、可算一様離散距離空間を構成し、Kalton の問いに否定的に答える。有限階数作用素は各コンパクト集合上で恒等作用素を近似するが、そのノルムに共通の有限上界を取ることはできない。

原文 36 頁 関連論文 [A uniformly discrete counterexample to bounded approximation in Lipschitz-free spaces](#)

331. 漸近的中点一様凸性と、漸近的一様凸ノルムへの付け替えの不可能性

漸近的中点一様凸ノルムを持つが、それと同値な漸近的一様凸ノルムを持たない実反射的 Banach 空間を構成し、Baudier の分離を反射的空間へ拡張する。同じ空間で、深さ k の可算分岐ダイヤモンドには少なくとも $\sqrt{1+k/12}$ の歪みが必要である。したがって、中点一様凸性からは、反射性のもとでもダイヤモンド歪みの一様有界性は従わない。

原文 36 頁 関連論文 [Reflexive tree-space example · Midpoint lenses · Midpoint and tree energies · Daugavet subspace moduli · Bounded tree potentials · Independent products in real \$L_1\$ · Two recursive potentials](#)

332. ℓ_1 の距離 Markov cotype 2

実 ℓ_1 が距離 Markov cotype 2 を持つことを証明し、Mendel-Naor の問いに答える。その帰結として、実 Hilbert 空間の任意の部分集合から ℓ_1 への Lipschitz 写像はすべて、Lipschitz 定数の損失を普遍的な乗法因子に抑えて全空間へ拡張でき、この標的に対する Ball の拡張問題を解決する。

原文 36 頁 関連論文 [Metric Markov Cotype Two of \$\ell_1\$](#)

微分幾何

333. 曲面の $\mathbb{R}^4$ への滑らかな等長はめ込み

Riemann 計量を持つすべての滑らかな閉曲面は $\mathbb{R}^4$ への滑らかな等長はめ込みを持つ。これにより、4次元等長はめ込み問題の閉曲面版を解決する。向き付け不可能な曲面と、任意の Gaussian 曲率を持つ計量を含む。

原文 36 頁 関連論文 [Smooth isometric immersions of closed surfaces into Euclidean four-space](#)

334. $\mathbb{R}^3$ への局所はめ込みを持たない滑らかな曲面計量

$(-1, 1)^2$ 上に滑らかな正定値計量を構成し、原点のどの近傍も $\mathbb{R}^3$ への滑らかな等長はめ込みを持たないようにする。これにより、近傍を縮小しても、制限を設けない曲面の滑らかな局所等長実現問題に否定的に答える。

原文 36 頁 関連論文 [A Smooth Metric with No Local Isometric Immersion into Three-Space](#)

335. Gromov の積分スカラー曲率不等式

任意の閉連結向き付き滑らかな n 次元多様体 M 、 $n \geq 3$ と任意の滑らかな計量について、 $\int_M (\text{Scal}_g^-)^{n/2} dV_g \geq a_n \|M\|$ を証明する。 $a_n > 0$ は次元だけに依存する。ここで $\text{Scal}_g^- = \max\{0, -\text{Scal}_g\}$ 、 $\|M\|$ は実単体体積である。また、正スカラー曲率から有理的非本質性を証明し、Gromov–Lawson 予想を解決する。閉非球面的多様体の非負スカラー曲率計量はすべて平坦である。

原文 36 頁 関連論文 [An integral scalar curvature bound for real simplicial volume](#) · [Positive scalar curvature forces rational inessentiality](#)

336. スペクトルのスカラー曲率と余次元2の幅

二次形式不等式として $-4\Delta + \text{Scal} \geq 1$ を満たす、完備連結で境界のない滑らかな n 次元多様体、 $n \geq 3$ は、次元高々 $n-2$ の単体複体への連続写像を持つ。その各ファイバー全体の直径は、元の計量で n だけにより抑えられる。これは Gromov の幅の結論をスペクトルのスカラー曲率へ強化する。また、すべての $n \geq 2$ について、閉正スカラー曲率多様体の普遍被覆の連続マクロ次元は高々 $n-2$ である。

原文 36 頁 関連論文 [Spectral scalar curvature and uniform Urysohn width](#) · [Spectral scalar curvature and Urysohn width in dimension three](#) · [Positive scalar curvature and uniform codimension-two width](#)

337. Cartan–Hadamard 等周不等式と $\text{CAT}(0)$ 充填

一般化 Cartan–Hadamard 等周不等式を任意次元で証明する。断面曲率が高々 $\kappa \leq 0$ の完備単連結多様体において、有限体積・有限周長の任意の集合は、同体積のモデル球との最適な比較不等式を満たす。 $\kappa = 0$ で等号を達成する有界正体積領域は Euclid 球である。また、任意の固有 $\text{CAT}(0)$ 空間で、コンパクト台を持つ整数 n サイクル、 $n \geq 2$ に対し、最適な Euclid 型充填上界を証明する。

原文 36 頁 関連論文 [Cartan–Hadamard isoperimetry and rigidity](#) · [Sharp integral fillings in \$\text{CAT}\(0\)\$ spaces](#)

338. Yau の一意化予想

Yau の一意化予想を証明する。正則二断面曲率が狭義に正である完備連結非コンパクト Kähler 多様体はすべて、 $\mathbb{C}^n$ と双正則である。

原文 37 頁 関連論文 [Uniformization of complete Kähler manifolds with positive bisectonal curvature](#)

339. Katok のエントロピー剛性予想

断面曲率が狭義に負である次元3以上の閉連結 Riemann 多様体について、Katok のエントロピー剛性予想を証明する。正規化 Liouville 測度が測地流のエントロピーを最大化することと、その計量が局所対称であることは同値である。

原文 37 頁 関連論文 [Entropy equality and local symmetry in negative curvature](#)

340. 近傍 Lagrange 予想への反例

制限を設けない近傍 Lagrange 予想を反証する。ある十分大きい偶数 N に対して、 $T^*(S^9 \times S^{N-1})$ 内に、底多様体と微分同相であるが零切断と Hamilton 同位ではない、閉じた完全埋め込み Lagrange 部分多様体を構成する。

原文 37 頁 関連論文 [A counterexample to the nearby Lagrangian conjecture](#)

341. Donaldson の hypersymplectic 変形予想

Donaldson の hypersymplectic 変形予想を、コホモロジーを保つ形で証明する。閉連結向き付き4次元多様体上の滑らかな閉2形式の正の三つ組で、 $\int \omega_i \wedge \omega_j = \delta_{ij}$ と正規化されたものはすべて、三つのコホモロジー類を保ちながら、正の閉形式の三つ組を通じて超 Kähler 三つ組に変形できる。任意の正の三つ組は、まず定数線形変換で正規化できる。

原文 37 頁 関連論文 [Deforming hypersymplectic four-manifolds to hyperkähler triples](#)

342. Donaldson の tame から compatible への予想

Donaldson の tamed-to-compatible 予想を証明する。閉4次元多様体上の滑らかな概複素構造が、あるシンプレクティック形式によって tame されるなら、その概複素構造と両立するシンプレクティック形式が存在する。概複素構造は固定したままであり、形式のコホモロジー類は変わってよい。

原文 37 頁 関連論文 [Taming implies compatibility on four-manifolds](#)

343. 高次元における最適なシンプレクティック球充填条件

すべての次元 $2n \geq 6$ と任意の容量について、Siegel-Yao 予想を解決する。容量 $R_1, \dots, R_k$ の有限個の閉シンプレクティック球が、容量 R の開球に互いに交わらず埋め込めることと、 $\sum_i R_i^n < R^n$ および相異なるすべての i, j について $R_i + R_j < R$ が成り立つことは同値である。

原文 37 頁 関連論文 [Symplectic Ball Packings in Higher Dimensions](#)

344. 計量 Blaschke 予想

計量 Blaschke 予想を証明する。単射半径が直径と等しい、正次元の閉連結 Riemann 多様体はすべて、スケールリングを除いて標準的なコンパクト階数1対称空間である。

原文 37 頁 関連論文 [The metric Blaschke theorem](#)

345. 球面と3次元多様体上の無限個の閉測地線

S^n 、 $n \geq 2$ 上の任意の滑らかな Riemann 計量は、像が互いに異なる無限個の素な閉測地線を持つことを証明する。同じ結論は、有限な滑らかな球面被覆を持つすべての閉多様体と、すべての閉3次元多様体でも成り立つ。向き付け可能性や非退化性の制約はない。

原文 37 頁 関連論文 [Infinitely many closed geodesic images on every Riemannian sphere](#)

346. 停留整数 varifold の特異集合の最適評価

Euclid 開集合内の任意の停留整数 m -varifold の特異集合は、Hausdorff 次元が高々 $m - 1$ であることを証明する。この上界はすべての正次元・余次元で最適である。標準球面上では、この成果群はほとんど至る所の正則性も証明する。すなわち、特異集合の m 次元 Hausdorff 測度は0である。

原文 37 頁 関連論文 [A Codimension-One Bound for the Singular Set of a Stationary Integral Varifold](#) · [Almost-everywhere regularity of stationary integral varifolds](#)

347. Arnold の不動点予想の強い形への反例

非退化 Hamilton 不動点に対する安定 Morse 数下界を反証する。実次元22の単連結閉 Kähler 多様体上で、不動点数が安定 Morse 数を下回る不足量は有界でない。別の例では、複素2次3次元多様体の Hamilton 微分同相写像がちょうど3個の不動点を持ち、任意の滑らかな関数に必要な4個の臨界点より少なくなる。

原文 37 頁 関連論文 [Hamiltonian Fixed Points Below the Stable Morse Number in Dimension Twenty-Two](#) · [Sharpness of the Cyclic Integral Floer Bound Below the Stable Morse Number](#) · [Hamiltonian Fixed Points Below the Stable Morse Number](#) · [Nondegenerate Morse-number counterexample](#) · [Three fixed points on the symplectic quadric threefold](#)

348. 非負曲率 Einstein 4次元多様体と位相的ギャップ

正の Einstein 定数と非負断面曲率を持つ閉連結 Einstein 4次元多様体を分類する。スケールリングを除くと、その普遍 Riemann 被覆は標準 S^4 、Fubini-Study 計量の $\mathbb{CP}^2$ 、または等しい標準2次元球面二つの積である。閉単連結非負曲率4次元多様体で、トレースを除いた Ricci 曲率のスケール不変 L^2 ノルムが普遍的な正定数未満なら、これらのいずれかと微分同相になる。

原文 38 頁 関連論文 [Zero-Plane Rigidity for Einstein Four-Manifolds](#) · [An \$L^2\$ Einstein Gap for Nonnegatively Curved Four-Manifolds](#) · [Positively curved Einstein four-manifolds](#)

349. Solomon-Yau の最小体積予想

標準球面の極小超曲面について、Solomon-Yau の最小体積予想を証明する。すべての $m \geq 2$ について、単位球面 S^{m+1} への閉連結極小はめ込みで、像が全測地的でないものの体積は、被覆重複度を数えると、最小の極小 Clifford 積の体積以上である。

原文 38 頁 関連論文 [The Solomon-Yau least-volume theorem](#)

350. Yau の節集合予想：曲面と反例

固定した任意の滑らかな閉曲面について、節線長の最適上界 $C\sqrt{\lambda}$ を証明し、曲面での Yau 予想を完成させる。次元3と4では、固定された滑らかな計量に対してこの上界は成り立たず、 S^3 上で標準計量に任意に近い計量にも反例がある。次元5では、ある固定した $\varepsilon_0 > 0$ に対し、節集合の測度が $\lambda^{1/2+\varepsilon_0}$ より速く増大しうるため、任意に小さい冪の損失を許す評価すら排除される。

原文 38 頁 関連論文 [Sharp surface nodal length · Smooth upper-bound counterexamples in dimensions 3–4 · Power-law violations of Yau’s upper bound](#)

351. スカラー曲率による4次元 Ricci 流特異点の検出

閉4次元多様体上の滑らかな Ricci 流は、スカラー曲率が一樣に有界である任意の有限時刻を越えて延長できることを証明する。高次元の反例では、有限の最大存在時刻でスカラー曲率は有界だが全曲率は非有界となり、制限を設けないスカラー曲率延長予想を反証する。

原文 38 頁 関連論文 [Finite-time curvature blowup · Four-dimensional smooth extension · Ricci-flat tree inequality](#)

352. Calabi 流の有限時間特異点

$\mathbb{CP}^{10}$ 上に、流が有限時間で特異点を生じる滑らかな $U(10)$ 不変 Kähler 計量を構成し、Calabi 流の滑らかな長時間存在に関する Chen 予想を反証する。この計量は Fubini–Study 類に属するので、定スカラー曲率計量を含む類においてすら長時間存在は失敗する。

原文 38 頁 関連論文 [A finite-time singularity of Calabi flow on projective space](#)

353. アフィン Bernstein 剛性の最適な次元閾値

次元3から9で、誘導 Euclid 計量について完備な、滑らかで局所一樣凸なアフィン極大グラフはすべて楕円放物面であることを証明する。次元10における滑らかで全域的な非二次の例によって、この範囲が最適となる。次元3から9では、アフィン Berwald–Blaschke 計量について完備な、連結で開いた局所一樣凸アフィン極大超曲面にも、放物面という分類が成り立つ。

原文 38 頁 関連論文 [A Smooth Nonquadratic Entire Affine Maximal Graph in Dimension Ten · The affine Bernstein theorem in dimensions three through nine](#)

354. 立方3次元トーラスの等周領域

単位立方平坦3次元トーラスの等周プロファイルを決定し、有限周長のすべての最小化領域を分類する。それらは球、最短閉測地線の周囲の円形管、座標スラブ、およびその補集合である。転移体積は $4\pi/81$ と $1/\pi$ であり、各転移点では隣接するちょうど二つの型が最小化する。

原文 38 頁 関連論文 [The Isoperimetric Conjecture for the Cubic Flat Three-Torus](#)

355. 曲面の最初の特異時刻における接流の一意性

$\mathbb{R}^3$ 内の、境界のない滑らかなコンパクト連結埋め込み曲面について、最初の特異時刻における接流一意性を証明する。すべての特異点で、中心を固定したすべての後方接流は、元の周囲の座標において、任意の負の時刻で面積測度として一致する。平均凸性や指定された接流モデルは仮定しない。

原文 38 頁 関連論文 [Uniqueness of tangent flows at the first singular time of embedded surface mean-curvature flow](#)

356. Gigli による Alexandrov 曲率の特徴付け

Gigli 予想を証明する。すべての整数次元 $n \geq 2$ について、Alexandrov 曲率が少なくとも κ であることは、参照測度が $\mathcal{H}^n$ で台が全体である $\text{RCD}((n-1)\kappa, n)$ 条件と、元の大域的テストクラスで分布的断面曲率が少なくとも κ であることによって特徴付けられる。RCD 条件は reduced でないものを用いる。

原文 38 頁 関連論文 [Distributional curvature characterization · Weak Hessian bounds](#)

357. すべての正則 RCD 点における双 Lipschitz 座標

$K \in \mathbb{R}$ 、整数 $n \geq 2$ に対し、非崩壊 $\text{RCD}(K, n)$ 空間のすべての正則点は、 $\mathbb{R}^n$ の開部分集合と双 Lipschitz な開近傍を持つことを証明する。正則性はすべての基点付き接空間が Euclid 空間であることを要求し、参照測度は正確に $\mathcal{H}^n$ である。座標図は、点に依存する有限定数で周囲の距離を比較する。

原文 38 頁 関連論文 [Bi-Lipschitz Coordinates at Regular Points of Noncollapsed RCD Spaces](#)

358. 共役点のない計量を持つが非正曲率計量を持たない3次元多様体

共役点のない計量を持つが、非正断面曲率の計量を持たない、閉連結向き付け可能な滑らかな3次元多様体を構成する。これにより、前者の計量の存在から後者が従うかという問いに、すでに次元3で否定的に答える。

原文 39 頁 関連論文 [A Three-Manifold Without Conjugate Points and Without a Nonpositively Curved Metric](#)

359. 有界正則座標を伴わない負 Kähler 曲率

完備で負にピンチされた Kähler 計量を持つが有界正則座標を持たない、 $\mathbb{C}^3$ 内の可縮領域を構成し、この設定で有界領域への一意化を反証する。高次元の例は断面曲率が高々 -1 で、有界正則関数が定数しかない。その曲率は下には有界でない。

原文 39 頁 関連論文 [Negatively pinched Kähler threefold](#) · [Holomorphic Liouville property](#)

360. Villani の凸性予想と正則な最適輸送

弱い Ma-Trudinger-Wang 曲率条件を満たす、次元2以上のすべての閉連結 Riemann 多様体について、接空間の単射領域はすべて凸であり、この設定で Villani 予想を解決する。上に有界で、0から正に離れている可測確率密度間の距離2乗コスト輸送について、最適写像とその逆写像は Hölder 連続である。

原文 39 頁 関連論文 [Support and convex injectivity domains](#) · [Uniform bi-Hölder transport](#)

361. Yau の調和関数次元上界への反例

非負 Ricci 曲率多様体上の整数次数増大の調和関数に対し、Yau が提案した Euclid 型次元上界を反証する。十分大きい各整数 k について、 $\mathbb{R}^3$ 上に、増大次数高々 k の独立な調和関数を少なくとも $(k+2)^2$ 個持つ完備な滑らかな計量が存在し、Euclid の個数 $(k+1)^2$ を上回る。計量は k に依存してよい。

原文 39 頁 関連論文 [Even-dimensional counterexample](#) · [Three-dimensional counterexample](#)

偏微分方程式

362. 相対論的 Vlasov-Maxwell 系の大域的滑らかさ

3次元・1粒子種の相対論的 Vlasov-Maxwell 系について、大きいデータでの大域的存在と一意性を証明する。滑らかで適合条件を満たす初期データは、粒子密度がコンパクト台を持ち、電磁場が有限エネルギーと全階数で有界な導関数を持つ限り、任意でよい。解は任意の有限時間区間上で滑らかさを保つ。

原文 39 頁 関連論文 [Global classical solutions of the three-dimensional relativistic Vlasov-Maxwell system](#)

363. 正確な局所保存則を持つ Boltzmann 方程式の非一意性

有界な速度台と有限の質量・エネルギー・絶対エントロピーを持つ同一の非負初期密度から、3次元周期剛体球 Boltzmann 方程式の相異なる二つの大域エントロピー解を構成する。両者は L^1 で強連続であり、質量・運動量・運動エネルギーの正確な局所保存則を満たす。

原文 39 頁 関連論文 [Nonuniqueness with local conservation for the hard-sphere Boltzmann equation](#) · [Nonuniqueness for the periodic hard-sphere Boltzmann equation](#)

364. Boltzmann 解の存在期間全体での運動論的極限と揺らぎ

一樣 Gaussian 減衰を持つ任意の正則な運動論的時間区間全体で、3次元大正準 Newton 気体から非線形 Boltzmann 方程式を導く。安定な有限範囲動径ポテンシャルは、引力井戸と特異な反発芯を持ってよい。初期の粒子対排除と、空間的に総和可能な Gaussian 型密度・勾配評価を仮定する。関連稿では、正確な微視的期待値で中心化され、線形揺らぎ Boltzmann 方程式に支配される剛体球の有限次元 Gaussian 揺らぎを与える。

原文 39 頁 関連論文 [Boltzmann-Grad limit for stable radial potentials](#) · [Hard-sphere fluctuations](#)

365. 一つの境界パッチからの計量と接続の同時復元

次元3以上のコンパクト連結多様体上の自明な階数2 Hermite 束について、空でない任意の開境界パッチでの零周波数測定は、滑らかな計量と滑らかなユニタリ接続を、そのパッチ上で固定される微分同相とゲージ変換を除いて決定する。入力と観測には同じパッチを用いる。対照的に、3次元球内の相異なる一様正・有界可測スカラー導電率が、同じ全境界データを持つ場合がある。

原文 39 頁 関連論文 [Determination of a metric and a unitary connection from one boundary patch · Smooth anisotropic uniqueness · Measurable scalar nonuniqueness](#)

366. 平面 Mumford–Shah 正則性予想

有界な忠実度データを持つ、被約の絶対的平面 Mumford–Shah 最小化解について、内部正則性予想を解決する。閉不連続集合は局所的に、 $C^{1,\alpha}$ の弧、正則な亀裂先端、または 120° で交わる三つの弧である。任意の内部コンパクト領域と交わる大域連結成分は有限個しかない。

原文 40 頁 関連論文 [Interior regularity of planar Mumford–Shah minimizers](#)

367. 1相 Bernoulli 問題の臨界次元

1相 Bernoulli エネルギーの、非平坦で1次斉次な大域最小化解が初めて存在する次元が7であると確立する。したがって、最小化自由境界は次元6までは滑らかであり、高次元では特異集合の次元は高々 $n-7$ である。

原文 40 頁 関連論文 [The critical dimension for one-phase Bernoulli minimizers](#)

368. 3次元 Ball–Evans 近似問題

3次元 Ball–Evans 近似問題を解決する。 $1 \leq p < \infty$ について、 $\mathbb{R}^3$ の任意の有界領域間の $W^{1,p}$ 同相写像は、同じ標的への滑らかな微分同相写像の強 $W^{1,p}$ 極限である。

原文 40 頁 関連論文 [Diffeomorphic approximation, \$1 \leq p \leq 2\$ · Diffeomorphic approximation, \$p > 2\$](#)

369. 単連結平面領域の hot spots 予想

Burdzy の単連結 hot spots 予想の強い形を証明する。任意の滑らかな有界単連結平面領域上で、最初の正の Neumann 固有値に属する非零固有関数は、内部に臨界点を持たない。したがって、すべての大域的極値は境界上にある。固有値の重複を許す。

原文 40 頁 関連論文 [Strict hot spots and absence of interior critical points on smooth simply connected planar domains](#)

370. 劣臨界 Lane–Emden 予想と Hénon–Lane–Emden 予想

劣臨界 Lane–Emden 予想と、その重み付き Hénon 拡張を解決する。 $n \geq 2$ 、 $p, q > 0$ 、実数 A, B に対し、系 $-\Delta u = |x|^A v^p$ 、 $-\Delta v = |x|^B u^q$ は、 $(n+A)/(p+1) + (n+B)/(q+1) > n-2$ のとき、原点で連続、その他で古典的である正の全域解を持たない。対称性や増大の仮定は不要である。既知の動径解の存在と合わせ、 $n \geq 3$ 、 $A, B > -2$ に対する正確な存在条件を与える。

原文 40 頁 関連論文 [The Subcritical Hénon–Lane–Emden Conjecture](#)

371. 反集束 Schrödinger 方程式の安定な爆発

非線形の冪が十分大きい奇数であるとき、 $k > 8$ に対し $H^k(\mathbb{T}^{12})$ 内の初期データの空でない開集合を構成し、それらのスカラー反集束非線形 Schrödinger 方程式の解が有限時間で爆発することを示す。したがって、この超臨界領域では、有限時間爆発は Sobolev 摂動に対して安定である。

原文 40 頁 関連論文 [Stable self-similar blowup for a supercritical defocusing Schrödinger equation on the torus](#)

372. 滑らかな等方弾性における大域一意性

$\mathbb{R}^3$ の任意の有界連結滑らかな領域で、閉包上で $\mu > 0$ 、 $3\lambda + 2\mu > 0$ なら、静的な全境界の変位・表面力データから二つの滑らかな実 Lamé 定数場が決定されることを証明する。解析性、定数係数への近さ、境界近傍の事前知識はいずれも不要である。

原文 40 頁 関連論文 [Global Uniqueness for the Smooth Isotropic Elasticity Inverse Problem](#)

373. 3周辺 Coulomb 輸送における下限の非達成

同一の滑らかな空間密度であっても、最適な3粒子 Coulomb 配置は、第1粒子の決定的関数として表せるとは限らない。Monge 問題と Kantorovich 問題の下限値は一致するが、Monge 問題の下限は達成されない。同じ現象は、次元2以上の各次元と、逆冪 Riesz コストのすべての指数について、それぞれ適切な密度を選べば生じる。

原文 40 頁 関連論文 [A counterexample to the Monge ansatz for the three-marginal Coulomb cost](#)

374. 最適輸送写像の最適な $1/3$ 乗安定性

次元2以上で内部を持つコンパクト凸体上の一様な出発測度 ρ に対し、二次コストの最適輸送写像は、固定コンパクト集合内の標的測度について一様に $\|T_\mu - T_\nu\|_{L^2(\rho)} \leq CW_2(\mu, \nu)^{1/3}$ を満たす。3原子の標的ですからこの指数は最適であり、Letrouit が予想した平方根上界を反証する。

原文 40 頁 関連論文 [Sharp One-Third Stability of Brenier Maps](#)

375. 次元8における De Giorgi 予想

De Giorgi 予想を、その最適な次元8の端点で証明する。 $\Delta u = u^3 - u$ の全域 C^2 解 $u: \mathbb{R}^8 \rightarrow (-1, 1)$ で、一方向に狭義単調増加するものはすべて、一つの線形座標のみに依存する。より強い定理では、エネルギー増大の仮定なしに、すべての安定な全域解 $v: \mathbb{R}^7 \rightarrow [-1, 1]$ を、ポテンシャルの井戸に対応する定数解または平面的遷移に分類する。

原文 40 頁 関連論文 [A positive resolution of De Giorgi's conjecture in dimension eight](#)

376. 外力付き Navier-Stokes 流による万能計算

固定された平坦な3次元領域上に、静止状態から始まり、滑らかな外力のもとで万能計算を行う粘性非圧縮流を構成する。停止するコンパイラが Turing 機械と入力外力の有限プログラムへ変換し、機械が停止する場合に限って、指定粒子が固定領域に到達するようにする。粘性は固定され、正で計算可能である。

原文 41 頁 関連論文 [Finite instructions and shear flows](#) · [Fixed particle test](#) · [Eventually stationary forcing](#) · [Geometric programs for solenoidal forcing](#) · [Prefix instructions and incompressible flows](#) · [Rapidly vanishing forcing](#) · [Velocity-field detection](#) · [Scalar potentials and slow clocks](#) · [Incompressible box transport](#)

377. 無限調和関数の内部 $C^{1,\alpha}$ 正則性

すべての次元 $d \geq 3$ で、有界な無限調和関数に対する一様な内部 C^{1,α_d} 正則性を証明する。正の指数は次元だけに依存する。半径 $1/2$ の球上の勾配の上限ノルムと Hölder 半ノルムは、単位球上の振幅の、次元依存定数倍で抑えられる。指数は明示的ではない。

原文 41 頁 関連論文 [Uniform Interior \$C^{1,\alpha}\$ Estimates for Infinity-Harmonic Functions](#)